CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri. Funding: MIDF

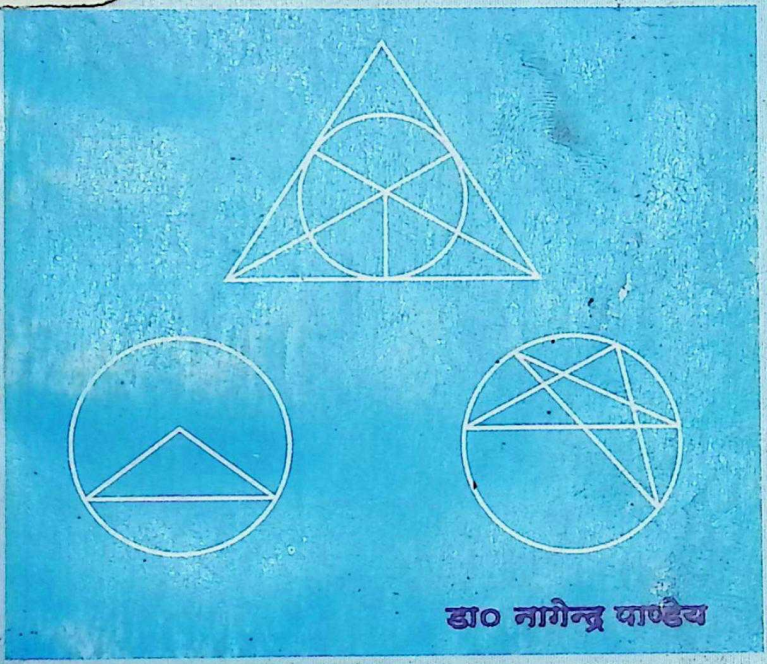
9860

उत्तर प्रदेश संस्कृत अकादमी द्वारा पुरस्कृत

R.६९
R.

खागणितम्

(१-४ अध्यायात्मकम्)



डा० नागेन्द्र पाण्डेय

वाराणसेय संस्कृत संस्थान

सी. २७/६४, जगतगंज, वाराणसी-२

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding/MIDF

उत्तर प्रदेश संस्कृत अकादमी, लखनऊ
द्वारा पुरस्कृत

रेखागणितम्

(१-४ अध्यायात्मकम्)

लेखकः
डॉ० नागेन्द्र पाण्डेय
विद्यावारिधिः, सिद्धान्त-फलित-ज्योतिषाचार्यः
लब्धद्वयस्वर्णपदवीकः, प्राध्यापकः ज्योतिषविभागे,
सम्पूर्णानन्द संस्कृत विश्वविद्यालय, वाराणसी

प्रकाशकः
वाराणसेय संस्कृत संस्थान
जगतगंज, वाराणसी

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

© प्रकाशक:
वाराणसेय संस्कृत संस्थान
सी.२७/६४ जगतगंज, वाराणसी-२

संस्करण-२००९

प्रतियाँ–११००

मूल्य : ६०.००

Acc. 30468/B0474

रेखागणितम् डॉ० नागेन्द्र पाण्डेय

मुद्रक:
आनन्द प्रिंटिंग प्रेस
जगतगंज, वाराणसी-२
फोन : २०४७६२

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विषयानुक्रमणिका

विषय	पृ० सं०
१. प्रास्ताविकम्	५
२. सङ्केतचिह्नानि	६
३. भूमिका	७–१२
४. मङ्गलाचरणम्	१
५. परिभाषा	२–८
६. स्वयं सिद्धार्थाः	९–१३
७. सिद्धोपक्रमाः	१४
८. प्रथमोऽध्याय	१५–६६
९. द्वितीयोऽध्यायः	६७–९२
१०. तृतीयोऽध्यायः	९३–१४१
११. चतुर्थोऽध्यायः	१४२–१६४
१२. ग्रन्थकर्तुः परिचयः	१६५

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

प्रास्ताविकम्

अद्य हि पञ्चत्रिंशद्वर्षाद्दुष्प्राप्योऽयं ग्रन्थः। भारतीयखगोलशास्त्रस्य अध्ययनाध्यापने च अस्य ग्रन्थस्य प्रारम्भिकंविशिष्टं स्थानं प्रख्यापितं विद्यते। महामहोपाध्याय श्री पं० दुर्गा प्रसाद द्विवेदिना ज्यौतिषशास्त्रनधिजिज्ञासूनां कृते अस्य "क्षेत्रमिति" नामकस्य ग्रन्थस्य रचनां विधाय महदुपकारं कृतमिति भृशमनुमन्ये।

इदानीं ज्यौतिषशास्त्रनिरतानां जनानां किं वा विशेषेण छात्रणामध्यापकानाञ्चोपकारदृष्ट्या इदमभिनवं प्रकाशनमतीव श्रेयस्करमिति को न जानाति।

अपचीयमानकालक्रमेण लेखकाः दुर्लभाः सन्ति। स्थूलगणितसाहाय्येन विनिर्मितानां तिथिपत्राणामधिकृत्य लौकिकमर्थोपार्जनपरकं ग्रहनक्षत्रफलं यत्र कुत्रापि प्रकाशयन्ति नक्षत्रसूचकाः साम्प्रतं भारतीयाः दैवज्ञाः किमपि अभिनवं गवेषणात्मकं कार्यं गणितज्यौतिषविषये न कुर्वन्ति।

अस्मिन् शैथिल्ये कालेऽपि सम्पूर्णानन्द संस्कृत विश्वविद्यालयस्य ज्यौतिषविभागस्य प्राध्यापकेन डॉ० नागेन्द्र पाण्डेयेन बहुप्रयासेन "रेखागणितमिति" नामकं ग्रन्थरत्नं सुसम्पादितं तदर्थमेनं साधुवादैः समाजयामि।

अनेन छात्राः अध्यापकाश्चोपकृता भविष्यन्ति, नूनमिति मन्ये।

कृष्ण चन्द्र द्विवेदी
अध्यक्षः ज्यौतिष-विभागस्य
सम्पूर्णानन्द संस्कृत विश्वविद्यालयस्य
वाराणसी-२

३०-९-१९८५

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

सङ्केतचिह्नानि

△—इदं त्रिभुजबोधकं चिह्नम् ।

□—इदं चतुर्भुजबोधकं ।

∵—इदं 'यतो' बोधकम् ।

∴—इदं 'अतो' बोधकम् ।

∠—इदं कोण बोधकम् ।

=—इदं समानत्व-बोधकम् ।

∠—इदं न्यूनाधिकत्वबोधकं, यथा अ ∠ ब इत्यत्र अ लघुः, ब तस्मादधिकः ।

>—इदम् अधिकाल्पबोधकं, यथा ब > अ इत्यत्र ब अधिकः अ तस्मान्न्यूनः ।

+, −, ×, ÷, इमानि क्रमशः धनस्य, ऋणस्य, गुणनस्य, विभाजनस्य च सूचकानि ।

उप० = उपपत्तिः ।

विशे० = विशेषोद्देश्यः ।

इति० = इतिकर्तव्यता ।

सामा० = समान्योद्देश्यः ।

स्व० = स्वयं सिद्धार्थाः ।

सा० = साध्योपक्रमाः ।

प० = परिभाषा ।

अनु० = अनुमानम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भूमिका

रेखायाः गणितं रेखागणितमित्युच्यते। रेखातु "एकादिबिन्दुसंयोगैः जायमाना विस्तृति-रहिता दीर्घाकारा" भवति। सा सरल—वक्रेति भेदाभ्यां ज्ञायते एव। रेखामधिकृत्य यद् गणितं क्रियते अधीयते वा तद् रेखागणितशास्त्रम्। भवन्ति गणितस्य त्रयो भेदाः, यथा १. व्यक्तगणितम् (पाटीगणितम्, अङ्कगणितं वा), २. अव्यक्तगणितम् (बीजगणितम्), ३. रेखागणितम्। (क्षेत्रमितिः, ज्यामितिर्वा)। इत्थमत्र गणितशास्त्रस्यैवाङ्गभूतं रेखागणितमिति सिध्यति। रेखागणितस्य पर्यायरूपेण क्षेत्रमितिः ज्यामितिर्वा भवतीति ज्ञेयम्।

अस्य रेखागणितस्य किं प्रयोजनं, केनोद्देश्येन प्रणयनं जातमस्य, कस्मिन् देशे सर्वप्रथममाविष्कृतमित्यादि जिज्ञासाविषये ऽत्र किञ्चिदुच्यते। रेखागणितीयक्षेत्राणां साहाय्येन आकाशीय-गुणानां (SPACE) तद् विषयक पदार्थानामध्ययनं क्रियते। यद्यपि विस्तृतक्षेत्रमस्त्वस्य विषयस्य येन भौतिकज्ञानेऽप्यस्यानिवार्यता विद्यते, तथापि खगोलीयाध्ययने त्वस्यानिवार्यता नितरामेवानुभूयते। सम्प्रति समतल—ज्यामितिः (PLANE GEOMETRY) ठोसज्यामितिः (SOLID GEOMETRY) इति प्रकारद्वयेनास्याध्ययनं क्रियते यत्र क्रमशः द्विबिम्ब (Two-dimensinal) —त्रिबिम्ब (Three-dimensinal) पदार्थाः समागच्छन्ति।

कालक्रमानुसारं सर्वप्रथमं भारतवर्षे हिन्दुसंस्कृतेश्चमौत्कर्षस्य समयेऽस्य रेखागणितस्यारम्भो दरीदृश्यते। यद्यपि ज्ञानविज्ञानगङ्गायाः मूलं स्रोतः गङ्गोत्रीस्वरूपं वेद एव, तथापि तत्रास्य विषयस्य स्वतन्त्ररूपेण विश्लेष-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

णस्य नासीदवकाशः। पुनरपि, आकाशीयघटनानां वर्णनं तु विद्यत एव येषां ज्ञानं ज्यामितिकगणनामन्तरेण न भवितुमर्हति।

यथा ऋग्वेदे—

यं वै सूर्यं स्वर्भानुस्तमसाविध्यदासुरः।
अत्रयस्तमन्वविन्दन्नहृयन्ये अशक्नुवन्॥
(४।२।१२)

अत्रायमभिप्रायो यद् स्वर्भानुः राहुः यदा स्वतमसा सूर्यमाच्छादितवान् विद्धमकरोत् तं कालं अत्रयो विज्ञातवन्तः। अन्ये ज्ञातुमसमर्था आसन्। अनेन वर्णनेन ज्ञायते यत्। सूर्यग्रहणज्ञानं तस्मिन् ऋग्वेदकाले क्रियते स्म। ग्रहणज्ञाने गणितज्ञास्तु जानन्त्येव यत् परिलेखादिक्षेत्रनिर्माणे कियन्मितस्योच्चरेखागणितीयज्ञानस्यापेक्षा भवति।

तथापि, रेखागणितीयस्वरूपस्य सम्यग् विवेचनं प्राप्यते शुल्बसूत्राणां निर्माणकाले। यज्ञार्थं विभिन्नवेदिकानां कुण्डानाञ्च निर्माणं सम्पाद्यतेस्म तस्मिन् काले। कामनानुसारं विविधेषु यज्ञेषु कुण्डानां स्वरूपेऽपि विविधता आसीत्। कुण्डप्रकारेषु वर्गस्य, समचतुर्भुजस्य (Rhombus), समभुजसमलम्बकस्य (Isosceles Tropezium), आयतस्य, समकोणत्रिभुजस्य च प्रयोगाः प्राप्यन्ते।

शुल्बसूत्राणां निर्माण-कालः ईशातः प्राक् ३००० (ई० पू०) वर्षादप्यधिको मन्यते प्रायः सर्वैः विद्वद्भिः। 'रेखागणित' नाम्ना अस्य प्रयोगस्तु मध्यकाले एव दृश्यते। सम्प्रति प्रचलिता "ज्यामिति" शब्दस्तु आङ्गलभाषायाः "ज्योमेट्री" शब्दान्निः सृतो ऽस्ति, यः तस्य भाषायाः 'ज्या', 'मीटर' शब्दयोर्योगेनोत्पन्नः यस्यार्थोऽस्ति पृथिव्यामापनम्।

नेदं विज्ञातं यत् शुल्बसूत्राणां संख्या कियन्मितासीत्, परञ्च सम्प्रत्युपलब्धग्रन्थेषु, बौधायनम्, आपस्तम्बम्, कात्यायनम्, मानवम्, मैत्रा-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यणम्, वाराहम्, वाधूलमिति सप्तशुल्वसूत्राणि प्राप्यन्ते। एषु शुल्वसूत्रेषु रेखागणितीयाः विषयाः स्पष्टरूपेण उपलभ्यन्ते। तद्यथा—

(१) अभीष्टवर्गक्षेत्रतुल्यमेकम् आकृतं कर्तव्यं, यस्यैको भुजो निर्दिष्ट-भुजतुल्यः स्यात्—"आपस्तम्बशुल्वसूत्रे"।

(२) अभीष्टायततुल्यमेकं वर्गक्षेत्रं निर्मातव्यम्—"बौधायने, कात्यायने च शुल्वसूत्रे"।

(३) एकं वर्गक्षेत्रं निर्दिष्टवर्गक्षेत्रस्याभीष्टप्रमाणाधिकं न्यूनं वा विधेयम् बौधायनशुल्वसूत्रे"।

(४) कस्यापि वर्गक्षेत्रस्य कर्णस्य वर्गः वर्गक्षेत्राद् द्विगुणितो भवति—'बौधायन'।

एवमेव सन्ति बहवः प्रयोगाः रेखागणितीयविषयाणाम्। इत्थमत्र निर्विवादं तथ्यं यत् सर्वप्रथमं भारतीया एव रेखागणितस्य आविष्कारकाः सन्ति, तत्रापि विशेषतः शुल्वसूत्रकाराः।

"यूरोप" देशेषु रेखागणितस्य यत् प्रथमं व्यवस्थितं पुस्तकं प्राप्यते तत्तु "यूक्लिड"(EUCLID) महोदयस्य "एलिमेंट्स" (ELEMENTS) इत्यस्ति। अस्य यूक्लिड महोदयस्य जीवनकालः ३०० ई० पू० इति मन्यते।

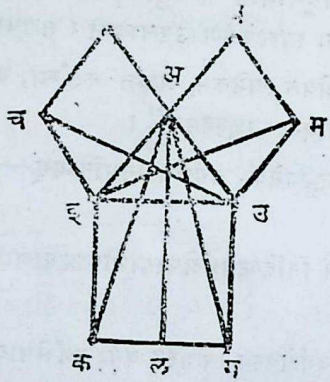
चीन देशे यूरोप देशादपि पूर्वकाले रेखागणितस्य ज्ञानमासीदिति ज्ञेयम्। तत्रस्थे "च उ-पे इ" ग्रन्थे रेखागणितीय विषयाणामुपस्थापनं, विवेचनञ्च सम्यक् कृतं दृश्यते। अस्य ग्रन्थस्य रचनाकालः ११०० ई० पू० इति स्वीक्रीयते।

का प्रतिज्ञा "पाइथा गोरस महोदयस्य"

पाश्चात्येतिहासलेखकानां दुराग्रहवशादथवा भ्रमवशादयमसत्यप्रचारो जातः, यद् "भुजकोट्योर्वर्गयोगः कर्णवर्गसमो भवति" इतीयं प्रतिज्ञा पाइथा गोरसेनाविष्कृतास्ति। द्रष्टव्यमत्रास्य क्षेत्रम्—

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



अस्योपपत्तिस्तु प्रथमाध्यायस्य ४७ प्रतिज्ञायां मत्कृतं पठनीयम्। अस्याः प्रतिज्ञायाः शुल्वसूत्रेषु प्रयोगोऽस्ति। तद्यथा—

१. दीर्घचतुरस्र स्यान्कया रज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी च यत् पृथग्भूते कुरुतस्तदुभयं करोति।

—बौधायन शु० सू० १।३७

२. दीर्घस्याऽक्ष्णया रज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी च यत् पृथग्भूते कुरुतस्तदुभयं करोति।

—आपस्तम्ब शु० सू० १।४

३. एवमेव कात्यायान शुल्व-सूत्रेऽपि—२।११

४. नाना चतुरस्रे समस्यान कनीयसः करण्या वर्षीयसो वृध्रमुल्लिखेत् वृध्रास्याक्ष्णारज्जुः समस्तथा पार्श्वमानी भवति।

—बौधायन शु० सू०।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

५. समचतुरस्रस्याक्ष्णया रज्जुर्द्विस्तावतीं भूमि करोति ।

—बौधायन शु० सू० १।४५ ।

६. चतुरस्रस्याक्ष्णया रज्जुर्द्विस्तावतीं भूमि करोति ।

—आपस्तम्ब शु० सू० १।५

७. समचतुरस्रस्याक्ष्णया रज्जुर्द्विकरणी ।

—कात्यायन शु० सू० २।१२ ।

एतेषां समुद्वृतसूत्राणामयमाशयो यत् कस्यापि समकोणचतुर्भुजान्तर्गतकर्णस्य वर्गः तदाश्रितभुजयोर्वर्गयोगेन समः स्यात्, अर्थान्तरेणेदमपि बोध्यते यत् कस्यापि जात्यत्रिभुजस्य भुजकोट्योर्वर्गः योगः कर्णवर्गेण तुल्यो भवति, अतः पाइथागोरस नाम्ना प्रसिद्धः प्रमेय (प्रतिज्ञा वा) शल्बसूत्रकारैः भारतीयैः २७०० वर्षपूर्वमेवोपस्थापित इति प्रामाणिकमैतिहासकं तथ्यम् । अस्मिन् विषये सी. मूलरमहोदयस्य "शुल्बसूत्रीय गणितम्" (Die Mathmatike der Sulva Sutra"—C. Muller.)

तथा थीबो महोदयस्य "शुल्बसूत्राणि" (Sulba Sutras–G. Thibaut.)

इति ग्रन्थद्वयी आलोकभूता वर्तते । अत्र अनेकानि प्रमाणानि उपन्यस्तानि समुपलभ्यन्ते ।

एवं प्रकारेण निर्विवादत्वेन सिध्यति यत् तथाकथिता पाइथगोरसः महोदयस्य प्रतिज्ञा वस्तुतो शुल्बसूत्रस्य प्रतिज्ञास्ति । रेखागणितस्यसर्वप्रथमाविष्कारका अपि त एव शुल्बसूत्रकाराः सन्ति ।

दौर्भाग्यादस्य विषयस्य स्वतंत्रविकासो वेदोत्तरकालिके भारते न जातः । अस्मिन् विषये १७४५ वैक्रमाब्दे पण्डित श्री जगन्नाथ सम्राट् नामाभिधेयेन विदुषा जयपुरनगरे तत्कालिनस्य श्री सवाई जयसिंह राज्ञ आश्रयो सर्वप्रथमं रेखागणित नामकः ग्रन्थो विनिर्मितः । स एव ग्रन्थः प्रथप्रदर्शकरूपेण प्रायः सर्वैः विद्वद्भिः स्वीकृतः । तत्पश्चात् श्री गिरिजा प्रसाद द्विवे-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

दिना क्षेत्रमिति नाम्ना ग्रन्थ उपनिबद्धः। सोऽपि जयपुरमहाराजाश्रित एवासीत्। अस्या रेखागणितस्य प्रचारे श्री द्विवेदिना यत्कृतं तत्तु नूनमभिनन्दनीयमासीत्। अहं तु तस्य क्षेत्रमिति सादरमुपजीव्यत्वेन स्वीकुर्वन्, तस्मै कृतज्ञतां ज्ञापयामि।

प्रस्तुतं मदीयमेतत् रेखागणितं छात्राणामध्यापकनाञ्च पठनपाठने, ज्ञानसमृद्धौ च सहायकं भविष्यतीति, दृढं मन्ये।

विदुषां वशंवदः—

नागेश पाण्डेय

सं. २०४१
माघपूर्णिमा

प्राध्यापकः
ज्योतिष विभागे
सम्पूर्णानन्द संस्कृत विद्यालयस्य
वाराणस्याम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

रेखागणितम्

मङ्गलाचरणम्—

भास्कराय नमस्तस्मै अज्ञानध्वान्तहारिणे ।
नमः प्रचण्डमहसे दीव्यायामितशक्तये ॥ १ ॥
प्रत्यक्षफलदातारं जगतः प्रभवं प्रभुम् ।
सृष्टिस्थितिविनाशेषु सवितारं नमाम्यहम् ॥ २ ॥
वेदादिषूक्तं महनीय शास्त्रं
मीमांसितं यच्च महर्षिभिः पुरा ।
सुविस्तृतं यद् विहितं नवीनैः
तदेव रेखागणितं विरच्यते ॥ ३ ॥
बिनाऽत्र रेखागणितं न शक्यते
प्रमापितुं वस्तु नभस्तलस्थितम् ।
न चैव तद् यच्च धरातले गतम्
अतोऽत्र रेखागणितं वितन्यते ॥ ४ ॥
नगेन्द्रपूज्यं स्वगुरुं प्रणम्य
नागेन्द्र पाण्डेय बुधः करोति ।
सत्क्षेत्रयुक्तं ललितं सचित्रं
नवं हि रेखागणितं मनोज्ञम् ॥ ५ ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

परिभाषा

शास्त्रगतप्रयोगरीतिनिर्देशिका परिभाषा भवति। प्रायः समस्तेषु शास्त्रेषु विशिष्टशब्दानां विशिष्टेऽर्थे प्रयोगो दृश्यते। तेषां शब्दानां प्रयोग-रीति—स्फुटकरणार्थं परिभाषाया परिकल्पना क्रियते। अतः परि उपसर्ग-पूर्वकात् भाष् (व्यक्तायां वाचि) धातोष् टाप्प्रत्यये कृते परिभाषाशब्दः सिद्ध्यति, अतः ज्योतिषशास्त्रान्तर्गते रेखागणिते प्रयुक्तानां विशिष्टशब्दानां स्पष्टार्थाववोधनार्थं परिभाषाः प्रस्तूयन्ते।

१. विन्दुः—नियतस्थानयुतः परिमाणरहितो विभाजयितुमशक्यश्चिह्न-मात्रं विन्दुर् भवति।

२. रेखा—दीर्घाकारा विस्तृतिरहिता या सा रेखा भवति।

इयं रेखा स्वप्रान्तद्वयाभ्यां वर्णाभ्याम् उच्चार्यते। यथा र—म, अत्र र म प्रान्तद्वयलग्नाभ्यां वर्णाभ्यामेका विशिष्टा र म रेखा ज्ञायते। रेखायाः प्रान्तौ द्वौ विन्दू भवतः।

३. समानान्तररेखा—ये सरले रेखे एकस्मिन् धरातले समानान्तरे स्यातां, क्वापि वर्धनेन न मिलेतां ते समानान्तररेखे भवतः। यथा

र————म

क————ख

अत्र क ख रेखा र म रेखया समानान्तरा।

४. सरल रेखा—विन्दुद्वयमध्यगता लघुतमारेखा या सा सरला कथ्यते। अन्यथाऽन्या वक्रा भवति। रेखाशब्देन प्रायः सरलरेखाया एव ग्रहणं क्रियते।

५. धरातलं—दैर्घ्यविस्तारौ एव यत्र केवलं लभ्येते, तद्धरातलमित्यु-च्यते। धरातलस्य प्रान्ताः रेखाः भवन्ति।

६. समधरातलं विषमधरातलञ्च—विन्दुद्वयान्तरे गता रेखा यत्र सर्वा-त्मना धरातले लगति तदेव समधरातलं भवति अन्यथा विषमधरातलं स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

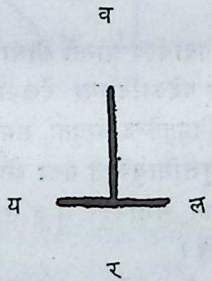
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

७. कोणः—रेखाद्वयसंयोगाद्या सूची जायते—स एव कोणः ।

कोऽपि कोणः वर्ण त्रयेणोच्चार्यते । तत्र कोणोत्पादकरेखयोरेकैको वर्णः कोणविन्दौ चैकस्तिष्ठति । व्यवहारे कोणनिष्ठवर्णो मध्ये कथ्यते । यथा—

अत्र य र च रेखाभ्यामुत्पन्न कोणः य च र वर्णैः अथवा र च य वर्णैः बोध्यते । यदि एकस्मिन् विन्दौ एक एव कोणो भवेत् तर्हि सः प्रायेण कोणनिष्ठेनैकेन वर्णेनोच्चार्यते । यथात्र य च र कोणस्य बोधः च कोणकथनेनापि भवति ।

८. समकोणः—एका सरलरेखा अपरस्यां सरलरेखायां यत्र लम्बभूता संयुक्ता भवति तत्र समकोणो जायते । समकोणोत्पादकरेखायाः उभौ पार्श्वौ समकोणौ भवतः यथा—

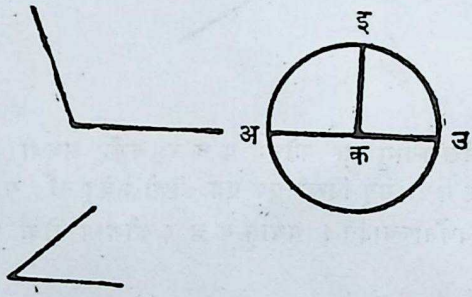


अत्र य र सरलरेखायां व र सरल रेखा र बिन्दौ संयुक्ता भवति तेन र बिन्दौ व र ल, य र व इति समकोणकौ जातौ ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

९. अधिककोणः—समकोणादधिको यो कोणः सोऽधिककोण इति कथ्यते। यथा क्षेत्रम्—



१०. न्यूनकोणः—समकोणान्न्यूनः कोणो न्यूनकोणनाम्नाऽभिधीयते। यथा पूर्वं क्षेत्रम्।

११. वृहत्कोणः—समकोणादधिकः कोणः वृहत् कोणः कथ्यते। यथा पूर्वं क्षेत्रम्।

१२. सीमा—कस्यापि पदार्थस्य प्रान्तः सीमा कथ्यते।

१३. क्षेत्रम्—क्षेत्रं तदेव यदेकादिकया रेखया समावृतं धरातलं भवति।

१४. वृत्तं—यत् क्षेत्रं नियतकेन्द्रबिन्दुतः समान्तराले कृतायाः परिधिरेखायाः अन्तर्गतं तत् क्षेत्रं वृत्तमित्युच्यते यथा क्षेत्रम् उपरि पृष्ठे—

अत्र क केन्द्रबिन्दुः तस्मात् समानदूरे अ इ उ परिधिः। इदमेव परिधिविशिष्टं क्षेत्रं वृत्तमिति कथ्यते।

१५. परिधिः—वृत्तस्य सीमान्तरेखा एव परिधिः कथ्यते।

१६. केन्द्रम्—वृत्तस्य मध्ये स्थितं बिन्दुं केन्द्रं कथ्यते।

१७. व्यासरेखा—वृत्तस्य केन्द्रगता परिधिद्वयलग्नारेखा व्यासरेखा भवति। इयं व्यासरेखा वृत्तस्य समानभागद्वयं करोति। व्यासरेखा एक

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

 CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१८. अर्धव्यासः—वृत्तकेन्द्रात् परिधिपर्यन्तं सरलरेखा अर्धव्यासरेखा भवति। सामान्यतः व्यासार्धभूतोऽर्धव्यासः बोध्यते।

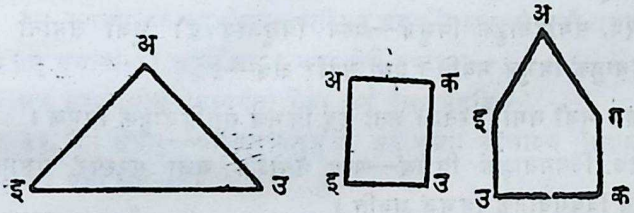
१९. त्रिज्या—व्यासार्धरेखैव त्रिज्या रेखाऽपि भवति।

२०. अर्धवृत्तं—वृत्तस्यार्धमर्धवृत्तमित्युच्यते। वृत्तक्षेत्रं व्यासरेखयैव अर्धं क्रियते।

२१. ऋजुभुज क्षेत्रं—सरलरेखाभिरावृत्तं क्षेत्रम् ऋजुभुजक्षेत्रं कथ्यते। रेखाश्चभुजसंज्ञया कथ्यन्ते।

२२. त्रिभुजं—यत् क्षेत्रं त्रिसृभिः रेखाभिर्निर्मितं तत् त्रिभुजमिति। यथा अत्र अइ, इउ, अउ इति तिसृभिः रेखाभिः निर्मितं त्रिभुजम्।

२३. चतुर्भुजं—यत् क्षेत्रं चतसृभिः रेखाभिः निर्मितं तत् चतुर्भुजं भवति। यथा क्षेत्रम्——



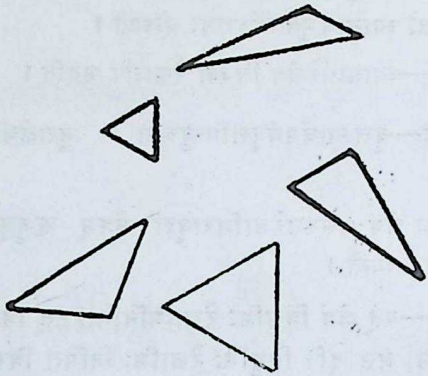
अत्र अक, इउ, अइ, कउ, इति चतसृभिः रेखाभिः निर्मितं क्षेत्रं चतुर्भुजं भवति।

२४. बहुभुजं—यत् क्षेत्रं रेखाभिर्बहुभिर्निर्मितं तद् बहुभुजमुच्यते। यथा रेखाषट्कैर्निर्मितमिदं बहुभुजं षड्भुजमपि चोच्यते।

२५. समभुजम्—यस्य त्रिभुजस्य भुजत्रितयं समानं तत् समभुजम् त्रिभुजम् कथ्यते। क्षेत्राणि अपर पृष्ठे—

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



अत्र क्षेत्रे, त्रयोऽपि भुजाः समानाः परस्परम्। अतः इदं त्रिभुजम् सममुजम्।

२६. समद्विबाहुकं त्रिभुजं—यस्य त्रिभुजस्य द्वौ भुजौ समानौ तत् समद्विबाहुकं त्रिभुजं भवति। यथा उपरि क्षेत्रे—

अत्र भुजौ समानौ स्तः। अतः इदं त्रिभुजं समद्विबाहुकं त्रिभुजं।

२७. विषमबाहुकं त्रिभुजं—यस्य त्रयोऽपि भुजा परस्परं समाना न स्युः तद् विषमबाहुकं त्रिभुजं भवति।

अत्र क्षेत्रे भुजत्रयं परस्परं समानं नास्ति। अतः इदं त्रिभजं विषमबाहुकं।

२८. समकोणत्रिभुजं जात्यत्रिभुजं वा—यस्मिन् त्रिभुजे एकः कोणः समकोणो (नवत्यंशमितः ९०°) भवेत् तत् समकोणत्रिभुजं। इदमेव समकोणत्रिभुजं जात्य त्रिभुजमपि कथ्यते।

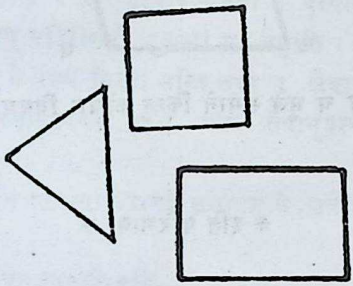
२९. कर्णः—समकोणसम्मुखीना रेखा कर्णो भवति। समकोणसंलग्ने रेखे भुजकोटि संज्ञके भवतः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

३०. अधिककोणत्रिभुजम्—यत्र एकः कोणः नवत्यंशादधिकः तदधिककोणत्रिभुजं भवति। यथा क्षेत्रे स्पष्टः—

३१. न्यूनकोणत्रिभुजं—यत्र त्रयोऽपि कोणाः नवत्यंशतो न्यूनाः तत् न्यूनकोणत्रिभुजं कथ्यते। यथा क्षेत्रे स्पष्टः—



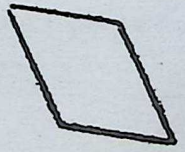
३२. समानान्तर चतुर्भुजम्—यस्मिन् चतुर्भुजे सम्मुखौ भुजौ समानान्तरौ स्तः तत् समानान्तर चतुर्भुजम्। यथा क्षेत्रे द्रष्टव्यः—

अत्र सम्मुखकोणयोमध्यर्गता रेखा कर्ण रेखा भवति।

३३. वर्ग क्षेत्रम्—यस्मिन् चतुर्भुजे सर्वे भुजाः कोणाश्च समानाः तत् वर्गक्षेत्रं। यथा क्षेत्रे—

३४. आयतक्षेत्रम्–यत्र सम्मुखस्थौ भुजौ समानौ भवतः कोणाश्च चत्वारोऽपि समानाः भवन्ति तदायतक्षेत्रमुच्यते। यथा क्षेत्रे द्रष्टव्यः—

३५. विषमकोण चतुर्भुजं—यत्र भुजास्तु चत्वारोऽपि तुल्या स्युः परन्तु कोणा विषमा स्युस्तत् विषमकोण चतुर्भुजम्। यथा क्षेत्रम्—

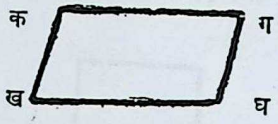


Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्र भुजास्तु चत्वारो तुल्याः किन्तु कोणाश्च विषमा सन्ति ।

३६. विषमायतक्षेत्रम्—यत्रसम्मुखौ भुजौ समानौ कोणाश्चासमानाः तत् विषमायत क्षेत्रं । यथा क्षेत्रम्—



अत्र क ख ग घ च भुजे समाने किन्तु कोणाः विषमाः सन्ति ।

* इति परिभाषा *

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

स्वयं सिद्धार्थाः

येषां पदार्थानां परिज्ञानाय, तेषामस्तित्व विषये वा, प्रमाणान्तरस्यावश्यकता न भवति ते एव स्वयं सिद्धार्थाः भवन्ति। स्वयं सिद्धार्थाः स्वयमेव प्रमाणभूताः सन्ति। यथा, एकासङ्ख्या एकयासङ्ख्यया समा एव भवति, भविष्यति च अत्र कस्यापि प्रमाणस्यावश्यकता न दृश्यते, यतः तस्याः मानं परिमाणं च सर्वस्मिन् परिस्थितौ तुल्यतां न जहाति। एवमेव रेखागणिते सन्ति बहवः पदार्थाः ये स्वयं सिद्धाः सन्ति तथा च क्षेत्राणां निर्माणे संसिद्धौ च तेषामुपयोगः परमावश्यको वर्तते; अतः तेषामुपस्थापनमत्र क्रियते। यथा—

१. एकेन पदार्थेन यावन्तः पदार्थाः समानाः ते सर्वेऽपि परस्परं समाना एव भवन्ति।

उदाहरणम्—यथा कल्प्यते यदि,

क = अ

क = ब

क = स

तदा क = अ = ब = स, इति।

२. तुल्यपदार्थेषु तुल्यपदार्थानां योगेन तुल्यता एव तिष्ठति।

उदाहरणम्—यदि क = अ = ब = स, तदा—

क + ५

अ + ५

ब + ५

स + ५

= (क + ५) = (अ + ५) = (ब + ५) = (स + ५), इति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

३. तुल्यपदार्थेषु तुल्यपदार्थानां विशोधनेन तुल्यता एव तिष्ठति।

उदाहरणम्—यदि, क=अ=ब=स, तदा—

क—५

अ—५

ब—५

स—५

=(क—५)=(अ—५)=(ब—५)=(स—५), इति।

४. अतुल्यपदार्थेषु तुल्यपदार्थानां योगेऽपि अतुलत्वमेव भवति।

उदाहरणम्—यथा, २, ४, ६, इमे अङ्काः परस्परमतुल्याः सन्ति। एषु यदि ५, इति अङ्कं योज्यते तदाप्येते अतुल्या एव तिष्ठन्ति। यथा, २+५, ४+५, ६+५, इत्यत्र-त्रयोपि अङ्काः न समानाः सन्ति।

५. अतुल्यपदार्थेषु तुल्य पदार्थानां शोधनेनातुल्यत्वमेव भवति।

उदाहरणम्—२, ४, ६ इति अतुल्याङ्केषु ५ संख्यायाः विशोधनेनापि अतुल्यतैव जायते। यथा; २—५, ४—५, ६—५, एते अङ्काः न तुल्याः सन्ति।

६. द्वित्र्यादिगुणितेन केनचिद् पदार्थान्तरेण समानाः यावन्तः पदार्थास्ते सर्वे परस्परमपि समानाः भवन्ति।

उदाहरणम्—यथा, क, अ, ब, स, इत्यत्र, यदि—

क=२×५

अ=२×५

ब=२×५

स=२×५

तदा, क×२×५=अ×२×५=ब×२×५=स×२×५,

अतोऽत्र—क=अ=ब=स, इति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

७. कस्यचित्पदार्थान्तरस्य द्वित्र्यादिविभागेन समानाः यावन्तः पदार्थास्ते सर्वे मिथः परस्परमपि समानाः भवन्ति ।

उदाहरणम्—यथा क, अ, ब, स, इत्येते पदार्थाः सन्ति । अत्र यदि,

$$क = \frac{ग}{२}$$

$$अ = \frac{ग}{२}$$

$$ब = \frac{ग}{२}$$

$$स = \frac{ग}{२}$$

तदा, क = अ = ब = स इति भविष्यति ।

८. यावन्तः रेखाः क्षेत्राणि वा परस्परं सर्वतोभावेन मिलन्ति, समप्रदेशं वा व्याप्नुवन्ति ते सर्वे परस्परं समानाः भवन्ति ।

उदाहरणम्—अत्र कल्प्यते,

अ———ब

क———ग

द———स

इति तिस्रः रेखाः सन्ति । यदि अ, ब रेखायां क ग अथवा द स रेखां स्थाप्यते तदा ताः सर्वतो भावेन मिलन्ति, अर्थात् न कापि रेखा अधिका न्यूना वा भवति, तदा ताः सर्वाः तिस्रोऽपि रेखाः समानाः सन्ति । एवमेव क्षेत्रस्यापि कल्पना कर्त्तव्या ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

 CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

९. कोऽपि पदार्थः स्वभागादधिको भवति ।

उदाहरणम्—अत्र कल्प्यते,

अ————————ब
स

अ, ब एका रेखा वर्तते। अब रेखायाः स बिन्दौ अ स, ब स इति भागद्वयं क्रियते। तदाऽत्र अब रेखा अ स रेखया, अथवा बस रेखया अधिका एव भविष्यति ।

१०. किमपि क्षेत्रं सरलरेखाद्वयेन न जायते ।

उदाहरणम्—कल्प्यते यथा,

अ————ब

क————ख

अत्र अ ब, क ख सरलरेखे तदा केनापि प्रकारेण अनयोः रेखयोः स्थापनेन त्रिभुजं चतुर्भुजं वा वृत्तादिकं क्षेत्रं न भविष्यति ।

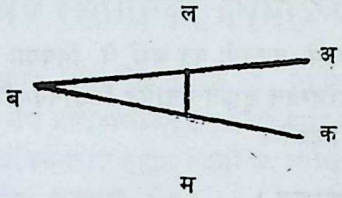
११. समकोणाः परस्परं समानाः भवन्ति ।

उदाहरणम्—समकोणाः नवत्यंशात्मकाः भवन्ति । अत्र यदि अ, ब, स, इति त्रयः समकोणाः सन्ति तदा अ=९०, ब=९०, स=९०, अतः सर्वेषां मानानां तुल्यत्वाद् ∠अ=∠ब=∠स, इति ।

१२. यदि द्वे रेखे कस्याप्येकरेखया छिन्ने भवेतां, तथा छिन्न प्रदेशे रेखाद्वयाभ्यां समुत्पन्नान्तः कोणयोर्योगः समकोणद्वयान्न्यूनो भवेत्तदा तस्मिन् पार्श्वे वर्धितं तद्रेखाद्वयमवश्यमेव मिलति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उदाहरणम्—कल्प्यते अ ब, क व रेखे लम रेखाया छिद्येते, तथात्र ब ल म, ब म ल, कोणयोर्योगः समकोणद्वयान्न्यूनो वर्तते। तदा अ ब, क व रेखे विवर्धिते सति व विन्दौ संलग्ने भविष्यत एव।

* इति स्वयं सिद्धार्थाः *

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ सिद्धोपक्रमाः

अत्र सिद्धोपक्रमस्यायं तात्पर्यः यत् अग्रे ये विषयाः साध्याः सन्ति तेषां सिद्धये सिद्धपदार्थानामालम्बनं गृह्यते तेषामेव सिद्धनियमविशेषाणां संक्षिप्त-रूपेण सूत्रवदुपस्थापनं क्रियते ।

१. रेखायां चिह्नकरणम् ।

२. भूतले चिह्नस्य रेखायाः वा स्थापनम् ।

३. विन्दुतो रेखाकरणम् ।

४. रेखायाः रेखोपरिस्थापनम् ।

५. क्षेत्रस्य स्थानान्तरे स्थापनम् ।

६. एकविन्दुतोऽन्यविन्दुं यावद्रेखाकरणम् ।

७. विन्दौ विन्दो : स्थापनम् ।

८. विवर्धितिरेखायाः स्वमार्गे वर्द्धनम् ।

९. इष्टकेन्द्रविन्दुत इष्टव्यासार्द्धेन वृत्तोत्पादनम् ।

* इति सिद्धोपक्रमाः *

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ रेखागणिते प्रथमोऽध्यायः

सामान्यपरिचयः—इह रेखागणिते ये विशिष्टशब्दाः सन्ति तेषां ज्ञानमावश्यकम्। अत्र प्रतिज्ञाशब्देन उपपाद्यविषयो बोध्य.। साध्यशब्दोऽपि प्रतिज्ञाशब्दस्य पर्यायरूपेणव गृह्यते। यतो यः साध्यः स एवो उपपाद्योऽपि। प्रतिज्ञायाः भवन्ति चत्वारो भेदाः—१—सामान्योद्देश्यः, २—विशेषोद्देश्यः, ३—इतिकर्त्तव्यता, ४ उपपादनमिति। तत्र सामान्यरूपेण विषयस्य स्वरूपस्थापनं सामान्योद्देश्यः। तस्यैव विषयस्य किञ्चिद् विशेषरूपेणोपस्थानं विशेषोद्देश्यः। उपपत्तिसाधकं रेखादिनिर्माणमितिकर्त्तव्यता। इतिकर्त्तव्यता एव रचना शब्देनापि ज्ञायते, अतः रचनैवेतिकर्त्तव्यता। हेतुवादपुरःसरं कारणसहितं वस्तुस्थापनमुपपादनम्। उपपादनमुपपत्तिमपि कथ्यते। इमौ शब्दौ समानार्थकौ।

एवमत्र सामान्योद्देश्य - विशेषोद्देश्य - इतिकर्तव्यता - उपपत्तिरित्यङ्गसहिता कापि प्रतिज्ञा भवति। प्रतिज्ञेयं विधेयरूपा विषयरूपा च द्विविधा कीर्तिता। यत्रोद्देश्येन व्यापार एव बोध्यते सा विधेयरूप यत्र चोपपाद्यविषयो निरूपितः सा विषयरूपा भवति। प्रतिज्ञायां यो पदार्थः सिद्धरूपेण कथ्यते तं तु सिद्धमस्त्वेव स्वीक्रियते, यश्च साधनार्थं निर्दिश्यते तस्योपपादनं क्रियते॥

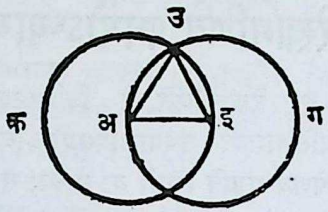
१. अथ प्रथमा प्रतिज्ञा

सामान्योद्देश्य :—इष्ट रेखोपरि समभुजं त्रिभुजं कर्तव्यम्।

विशेषोद्देश्यः—अ, इ रेखा निर्दिष्टा यस्या उपरि समभुजं त्रिभुजं कर्तव्यम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिकर्तव्यता—अ केन्द्रात् अ इ व्यासार्धेन इ उ क वृत्तं, तथा इ केन्द्रात् इ अ व्यासार्धेन अ उ ग वृत्तं कार्यम् (सि० ६)। इ उ क, अ उ ग वृत्तयोः संपातात् उ विन्दोः अ उ, इ उ रेखे कार्ये (सि० ७)।

उपपत्तिः—

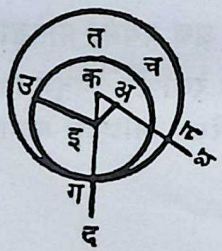
अ इ = अ उ, इ उ क वृत्तस्य व्यासार्धत्वात्

इ अ = इ उ, अ उ ग वृत्तस्य व्यासार्धत्वात् (परि० १५)। अतः, अ इ = अ उ = इ उ, इति तिस्रोऽपि रेखाः मिथः समानाः। अतः अ इ उ समभुजं त्रिभुजं सिद्धम्।

२. द्वितीया प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टबिन्दुतो निर्दिष्टरेखासमाना एका रेखा कर्तव्या।

विशे०—अत्र अ विन्दुः, इ उ रेखा च निर्दिष्टा; अ विन्दुत इ उ रेखा समाना एका रेखा कर्तव्या।



इति क०—अ बिन्दुत इ यावत् अ इ रेखा कार्या (सि० ७) अ इ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

रेखोपरि इ अ क समभुजं त्रिभजं कार्यम् (प्र० १), क इ, क अ रेखे क्रमेण द थ यावत् वर्धनीये (सि० ८) इ उ व्यासार्धेन इ केन्द्रात् उ च ग वृत्तं तथा क केन्द्रात् क ग व्यासार्धेन ग त न वृत्तं विधेयम् (सि० ९) एवं कृते अ न = इ उ स्यात् ।

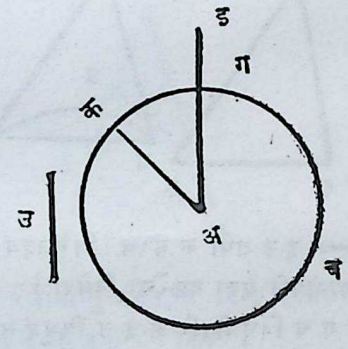
उपपत्तिः—इ ग = इ उ, उ च ग वृत्तस्य व्यासार्धत्वात्, तथा
क ग = क न, ग त न वृत्तस्य व्यासार्धत्वात्,
क इ = क अ समभुजत्रिभुजत्वात् ।

अतः, (क ग — क इ) = (क न — क अ) = इ ग = अ न (स्व० ३), यतः इ ग = इ उ पूर्वं सिद्धम्, अतः, इ ग = इ उ = अ न, अर्थात् अ न = इ उ, इति सिद्धम् (स्व० १) ।

३. तृतीया प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टबृहद्रेखातो अभीष्टलघुरेखासमानं खण्डं विधेयम् ।

विशे०—अभीष्टा अ इ बृहद्रेखातो उ लघ्वी रेखासमानं खण्डं विधेयमस्ति ।



इति क०—अ बिन्दुतः अ क रेखा उ रेखा समाना कार्या (प्र०—२) । अ केन्द्रात् अ क व्यासार्धेन क ग च वृत्तं विधेयम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

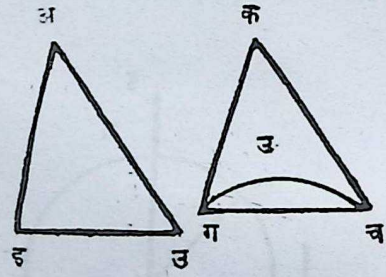
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—अ क = अ ग, क ग च वृत्तस्य व्यासार्धत्वात्। यतः, उ = अ क, अतः उ, अ ग रेखे अपि तुल्ये।

४. चतुर्थी प्रतिज्ञा

सामा०—द्वयोस्त्रिभुजयोर्मध्ये यद्येकस्य भुजौ तदन्तर्गतकोणश्च द्वितीयस्य भुजाभ्यां तदन्तर्गतकोणेन समं स्यात्तदा प्रथमस्याधारस्तस्य लग्नं कोणद्वयञ्च द्वितीयस्याधारेण लग्नकोणद्वयेन च समं स्यात्। त्रिभुजे च मिथः समाने भवेताम्।

विशे०—अ इ उ, क ग च त्रिभुजे अत्र—अ इ = क ग, अ उ = क च, ∠इ अ उ = ∠ग क च। अतोऽत्र—इ उ = ग च, ∠अ इ उ = ∠क ग च, तथा ∠अ उ इ = क च ग, एवं अ इ उ त्रिभुजं = क ग च त्रिभुजेन समानं स्यात्।



इतिकर्तव्यता—अ इ उ तथा क ग च त्रिभुजद्वयं कार्यम्। उपपत्तिसाधनार्थं ग च आधारोपरि एका वक्ररेखा विधेया।

उपपत्तिः—क ग च त्रिभुजोपरि अ इ उ त्रिभुजं तथा स्थाप्येत् यथा, अ इ भुजः क ग भुजे, अ उ भुजः क च भुजे पतेत्। एवं अ बिन्दुः क बिन्दौ, इ बिन्दुः ग बिन्दौ, उ बिन्दुश्च च बिन्दौ पतिष्यति। इ उ आधार रेखापि ग च आधार रेखायां भविष्यति। एवं विधौ आधारस्तस्य लग्नकोणौ च समौ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

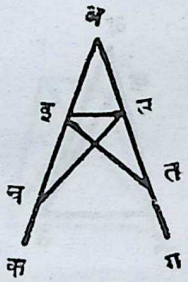
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

भवतः। प्रथम त्रिभुजस्य द्वितीयत्रिभुजोपरि सर्वविधमेलनात् अनयोरेकत्वं सिद्ध्यति। अत्र यद्येवं शङ्का क्रियते यद् इ उ आधाररेखा ग च आधारोपरि न भविष्यति, तदा कल्प्यतां ग उ च स्वरूपा भविष्यति, परन्तु एवं न स्यात् यतः सरल रेखाभ्यां क्षेत्रं नोत्पद्यत (स्व० १०)। एवमनयोस्त्रिभुजयोः सर्वे कोणाः सर्वैः भुजाश्च समानाः सिद्धाः।

५. पञ्चमी प्रतिज्ञा

सामा०—समद्विबाहुकत्रिभुजस्याधारलग्नौ कोणौ मिथस्तुल्यौ भवतः। भुजयोर्वर्धनेनाधाराधश्चात्पन्नौ कोणावपि तुल्यौ स्याताम्।

विशे०—अ इ उ समद्विबाहुत्रिभुजस्य अ इ, अ उ भुजौ तुल्यौ, तथा ∠ अ इ उ = ∠ अ उ इ। अ इ, अ उ भुजयोः क ग यावत् वर्धनेनोत्पन्नौ क इ उ, ग उ इ कोणौ समानौ भवेताम्।



इति क०—इ क रेखायां कुत्रचित् च बिन्दुं कृत्वा अ ग रेखातः अ च तुल्या अ त रेखा कृत्वा उ च, इ त रेखे विधेये।

उपपत्तिः—अ उ च, अ इ त त्रिभुजयोर्मध्ये अ च = अ त, अ इ = अ उ, ∠अ उभयनिष्ठः। अतः प्र० ४ अनुसारं—उ च = इ त, ∠ अ च उ = ∠ अ त इ, ∠ अ इ त = ∠ अ उ च। अत्र अ इ, अ उ तुल्यखण्डयोः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

शोधनेन इ च, उ त रेखेऽपि समे। तेन च इ उ, त उ इ त्रिभुजयोर्मध्ये सर्वे कोणाः भुजाश्च समानाः (प्र० ४)। अत आधारधः ∠च इ उ=∠त उ इ, सिद्धम्। ∠ अ उ च, ∠ अ इ त आभ्यां इ उ च, त इ उ तुल्यकोणयोः शोधनेन ∠अ उ इ=∠अ इ उ, इत्यनेन आधारलग्नौ कोणौ अपि तुल्यौ, इति सिद्धम्।

अत्रानुमानम्—(१) समभुजं त्रिभुजं समानकोणकमपि भवति।

६. षष्ठी प्रतिज्ञा

सामा०—यस्य त्रिभुजस्य द्वौ कोणौ तुल्यौ, तस्य कोणसम्मुखस्थौ भुजावपि तुल्यौ भवेताम्।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे ∠ अ इ उ=∠ अ उ इ, तदा अ इ=अ उ भवेदिति।

इति क०—अ इ उ त्रिभुजस्य अ इ रेखायां कुत्रापि क बिंदु कृत्वा क उ रेखा कार्या।

उपपत्तिः—अत्र यदि एवं कल्प्यते यद् अ इ भुजः अ उ भुजेन तुल्यो नास्ति, तर्हि तयोः कोप्येको महान् भविष्यतीति मन्तव्यम्। मन्यते अ उ भुजात् अ इ महास्तदा अ इ रेखातः अ उ तुल्या इ क रेखा कार्या (प्र० ३)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

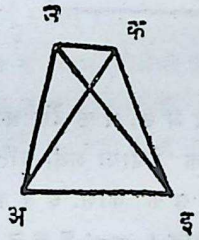
क उ रेखा विधेया। एवं क इ उ, अ इ उ त्रिभुजयोर्मध्ये क इ = अ उ, तथा इ उ भुजस्तूभयनिष्ठः, ∠क इ उ = ∠अ उ इ, एवञ्च अ इ उ त्रिभुजं क इ उ त्रिभुजेन तुल्यं सिद्ध्यति (प्र० ४) परन्तु नैवं भवितुमर्हति। यतः अ इ उ त्रिभुजं स्वान्तर्गतनिर्मितेन क इ उ त्रिभुजेन तुल्यतां न गमिष्यतीति सामान्यो नियमः।

अनुमानम्—तुल्यकोणकस्य त्रिभुजस्य भुजा अपि तुल्या एव भवन्ति।

७. सप्तमी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्मिन्नाधारस्यैकपार्श्वे त्रिभुजद्वये सति यदि आधारस्य एकप्रान्तलग्नौ भुजौ तुल्यौ स्यातां, तर्हि अपरप्रान्तलग्नौ भुजौ तुल्यौ न भवेताम्।

विशे०—यथा, इ अ आधारस्यैकपार्श्वे अ इ न, अ इ क त्रिभुजे स्तः। अत्र अ न = अ क, तदा इ न, इ क भुजौ तुल्यौ न स्याताम्।



इति क०—न क रेखा विधेया।

उपपत्तिः—अस्य प्रतिज्ञायाः प्रकारत्रयेण साधनं कर्तुं शक्यते। यथा—

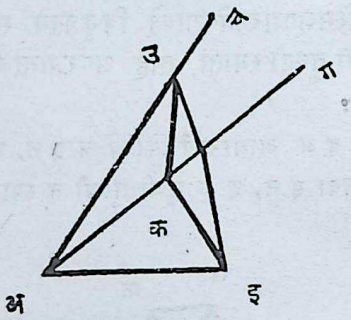
(१) अ न इ, अ क न त्रिभुजयोः एकबिन्दौ गतौ अ न, अ क भुजौ तुल्यौ तदा अपर बिन्दुगतौ इ न, इ क, भुजौ तल्यौ न स्याताम्। यद्येवं न, तदा द्रष्टव्यं क्षेत्रम्। अ न = अ क, अतः, ∠ अ न क = ∠ अ क न (प्र. ५)

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्र ∠अ क न, इ न क कोणान्महान् तथा ∠इ क न ततोऽपि महत्तरः। इ न = इ क कल्प्यते, तदा तु ∠ इ न क = ∠इ क न भविष्यति (प्र० ५) परन्तु, इदमसम्भवं, यतः पूर्वं इ न क कोणात इ क न कोणः महत्तरो साधितः स एव सम्प्रति तुल्यं स्वीक्रियते इति अनवस्था दोषः। अतः, इ न, उ न भुजौ तुल्यौ न कथमपि भवेताम्।

(२) कल्प्यते यद् प्रथमत्रिभुजस्यान्तर्गतमेव द्वितीयत्रिभुजमपि स्यात्तदास्मिन् स्थितौ क्षेत्रम्—

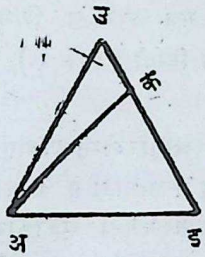


अत्र उ क रेखां विधाय अ उ, अ क रेखे च ग यावत् वर्धनीये। अ उ, अ क रेखयोस्तुल्यत्वात् उ क रेखाया अधो वर्तिनौ च उ क, ग क उ कोणौ तुल्यौ (प्र० ५) प्रकृतौ च उ क कोणः इ उ क कोणान्महान (स्व० ९), ग क उ कोणः ततोऽपि महान्। अतः इ क उ कोणस्तु इ उ क कोणान्महत्तमः। इ उ, इ क रेखयोस्तुल्यत्वे ∠ इ क उ, ∠इ उ क तुल्यौ भविष्यतः (प्र० ५)। पूर्वं तु इ क उ कोणः इ उ क कोणान् महत्तमः साधितः, सः सम्प्रति तुल्यो भवतीति महान् दोषः। अतः नैवं भविष्यतीति सिद्धम्।

(३) यद्येकस्य भुजौ अपरस्य बाहौ एव निपतति तदा इदं क्षेत्रं स्यात्—

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

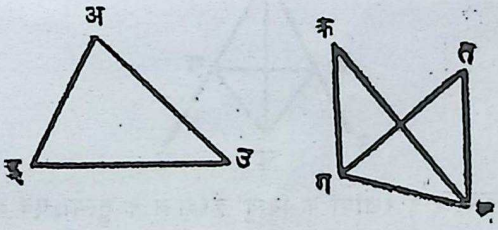


अत्र एवं स्थितौ इ क रेखा इ उ रेखा समा भविष्यतीति प्रत्यक्षविरुद्धम्। यतो इ उ रेखा स्वखण्डेन इ क रेखया कथमपि तुल्या न स्यात्। अतः पूर्वोक्तमेव तथ्य सिद्धम्।

८. अष्टमी प्रतिज्ञा

सामा०—द्वयोस्त्रिभुजयोर्मध्ये यद्येकस्य त्रयो भुजाः द्वितीयस्य भुजत्रयेण समानास्तर्हि उभयोस्त्रयो कोणा अपि परस्परं समानाः भवन्ति। त्रिभुजद्वयञ्च परस्परं समानं स्यात्।

विशे०—अ इ उ, क ग च त्रिभुजयोर्मध्ये इ उ = ग च, अ इ = क ग, अ उ = क च, तदा ∠अ इ उ = ∠क ग च, ∠अ उ इ = ∠क च ग, ∠इ अ उ = ∠ग क च, इति। तथा अ इ उ त्रिभुजं क ग च त्रिभुजेन तुल्यं स्यात्।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—अ इ उ त्रिभुजं क ग च त्रिभुजोपरि तथा स्थापयेत् (सि० ६), यथा इ बिन्दुः ग बिन्दौ (सि० ५), इ उ आधारः ग च आधारे (सि० ४) पतेत्।

उपपत्तिः—इ उ, ग च आधारयोस्तुल्यत्वात् अ इ भुजः क ग भुजे, अ उ भुजः क च भुजे तथा इ उ आधारः ग च आधारे भविष्यति। अ इ उ त्रिभुजं क ग च त्रिभुजोपरि सर्वात्मना एकाकारं स्यात्। अत एवात्र ∠अ = ∠क, ∠इ = ∠ग, तथा ∠उ = च, तथैव अ इ उ त्रिभुजं क ग च त्रिभुजेन समं सिद्धम्।

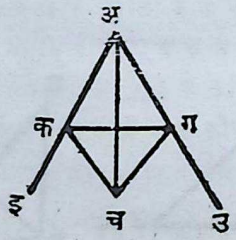
यद्येवमुच्यते यद् इ अ, उ अ भुजावन्यत्र पतेतां, यथा ग त, च त भुजौ वर्तेते; तर्हि ग त, च त भुजौ अ इ, अ उ भुजाभ्यां समौ, तथा ग क, च क भुजावपि अ इ, अ उ भुजाभ्यां समौ एवं ग क, च क भुजौ ग त, च त भुजौ च मिथः समानौ (सव० १)। परन्त्वेदमसम्भाव्यम् (प्र० ७)।

अतः पूर्वोक्तमेव तथ्यं साधु सिद्धम्।

९. नवमी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्ट कोणस्य तुल्यं खण्डद्वयं कर्तव्यम्।

विशेष०—इ अ उ, अभीष्ट कोणः, यस्य तुल्य खण्डद्वयं कर्तव्यमस्ति।



इति क०—अ इ रेखायां क बिन्दुं कृत्वा अ क तुल्या एव अ उ रेखायां

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

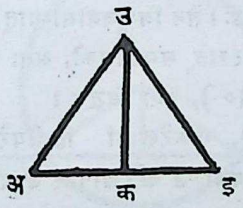
अ ग रेखा विधेया (प्र. ३)। कग रेखां कृत्वा तत्र क ग च समभुजं त्रिभुजं कार्यन् (प्र. १)। अ च रेखा कर्तव्यम्।

उपपत्तिः—च क अ, च ग अ त्रिभुजयोर्मध्ये अ क=अ ग, क च=ग च, अ च भुजस्तूभयनिष्ठः। एवमुभयोस्त्रिभुजयोः सर्वे भुजाः तुल्यास्तदा सर्वे कोणा अपि समानाः जाताः, त्रिभुजे ऽपि समे सिद्धे तेन —क अ च=ग अ च, आभ्याँ कोणाभ्याँ क अ ग कोणस्य खण्डद्वयं सिद्धम्॥

१०. दशमी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्ट रेखायाः समानं खण्डद्वयं कर्तव्यम्।

विशे०—अ इ अभीष्ट रेखायाः समानं खण्डद्वयं कर्तव्यम्



इति क०— एकं समभुजं त्रिभुजं अ इ रेखोपरि कर्तव्यम् (प्र. १) अ उ क त्रिभुजस्य उ क रेखया खण्डद्वयं कार्यम (प्र० ९)। एवम्-क बिन्दौ अ इ रेखायाः तुल्यं खण्डद्वयं भवति।

उपपत्तिः—अत्र अ उ क तथा इ उ क त्रिभुजोर्मध्ये अ उ = इ उ, उ क भुजस्तूभयनिष्ठः, ∠ अ उ क = इ उ क, तेन अक=इक, (प्र० ४)। अतः क बिन्दौ इक रेखाया तुल्यं खण्डद्वयं निष्पन्नम्।

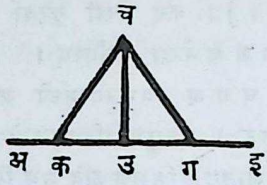
११. एकादशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्ट रेखायां तद्गताभीष्टचिह्नाल्लम्बो विधेयः।

विशेष—इ अ अभीष्ट रेखायाः उ चिह्नाल्लम्बो विधेयोऽस्ति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

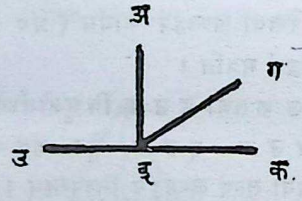
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—अ उ रेखायां कुत्रापि क चिह्न कृत्वा इ उ रेखायां उक तुल्या उ ग रेखा कार्या (प्र. ३) क ग रेखोपरि क च ग समभुजं त्रिभुजं कर्त्तव्यम् (प्र० १)। उच रेखा कर्त्तव्या (सि. ७)। अत्र उ चिह्नात् च उ लम्बः स्यात्।

उपपत्तिः—क च उ, ग च उ त्रिभुजयोर्मध्ये क च = ग च, क उ = ग उ, उ च भुज उभयनिष्ठः। तेन त्रिभुजयोर्साम्यात् ∠च उ क = ∠च उ ग (प्र० ८)। एतौ संलग्नत्वात् समकोणकौ, अतः अ इ रेखायाँ उ चिह्नात् उ च रेखा लम्बः (प० १०), इति सिद्धम्।

अत्रानुमानम्—(१), एकरेखायां द्वितीयरेखायाः स्थापनेन तयोः सर्वात्मना मेलनं भवति। यथा—उ क रेखोपरि उ ग रेखायाः स्थापनेनोभयोः सर्वात्मना मेलनं भविष्यति। अत्रक्षेत्रम्—



यदि कोऽप्येवमुच्यते यद् उ क, उ ग रेखे इ पर्यन्तमेव मिलत अग्रे न तदा, इ बिन्दौ अ इ लम्बः कार्यः (प्र. ११), एवं ∠ उ इ अ = क इ अ, (प० १०)। यतः उ ग सरल रेखा तदा ∠अ इ उ = ∠ अ इ ग (प. १०) इत्थं ग इ अ, क इ अ समकोणौ मिथः समौ सिद्धयतः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

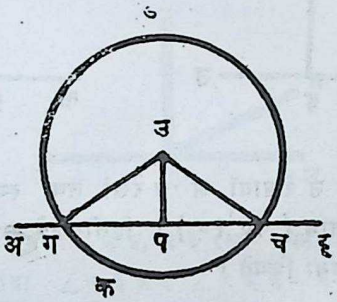
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(स्व० ११)। परन्तु लघुबृहत्कोणयोः साम्यं न कदापि भविष्यति, अतः पूर्वोक्ततथ्यमेव साधु अस्ति।

१२. द्वादशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टापरिमितायां रेखायां तद् बहिर्गताभीष्टबिन्दोर्लम्बः कर्तव्यः।

विशे०—अभीष्टा अपरिमिता रेखा अ ह, बहिस्थबिन्दुः उ, अस्मात् अ इ रेखोपरि लम्बः कर्तव्योऽस्ति।



इति क०—उ बिन्दोर्बिन्दुदिशि क बिंदुं मत्वा उ केन्द्रात् उ क व्यासार्धेन क ग ङ च वृत्तं कार्यम् (सि० ९)। ग च रेखायाः प बिन्दौ खण्डद्वयं विधाय (प्र० १०), उ प रेखा कार्या। उ प रेखा एव अ ह रेखोपरि लम्बो भवति। उ ग, उ च रेखे कार्ये (सि० ७)।

उपपत्तिः—वृत्तान्तर्गतयोः प उ ग, प उ च त्रिभुजयोः उ ग = उ च, वृत्तव्यासार्धत्वात्, ग प = च इ, उ प भुज उभयनिष्ठः तेन उ ग प, उ प च त्रिभुजयोः साम्यात् उ प रेखायाः संलग्नकोणौ उ प ग, उ प च, समौ जातौ, अतः (प १०) उ प रेखा अ इ रेखायां लम्बोऽस्तीति सिद्धम्।

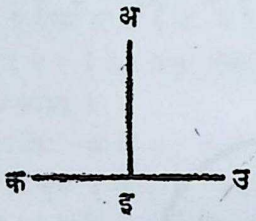
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

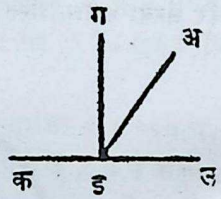
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१३. त्रयोदशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्यां रेखायां द्वितीयरेखाया योगेन एक पार्श्वे यत् कोणद्वयमुत्पद्येते तयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यो भवेत् ।

विशे०—क उ रेखायां अ इ रेखायाः योगेन एक पार्श्वगतकोणयोर्योगः ∠अ इ क + ∠अ इ उ = १८०°, इति स्यात् ।





इति क०—क उ रेखायां अ उ रेखां तथा स्थाप्यते यथा संलग्न कोणौ तुल्यौ स्याताम् (प० १०) । द्वितीयक्षेत्रे क इ रेखायां इ उ रेखां कृत्वा इ बिन्दुतो लम्बः क्रियते ।

उप०—∠क इ अ = अ इ उ, तदा उभौ समकोणौ एव भवेताम् (प० १०), अनयोर्योगः = १८०° स्यात् । यदि तौ कोणौ न तुल्यौ स्यातां यथा द्वितीयक्षेत्रे स्थितिः तदा इ चिन्हाल्लम्बरूपः ग इ क्रियते । अत्र लम्बत्वात् ∠ग इ क = ∠ग इ उ = समकोणद्वयं १८०° । ∠ग इ उ = ∠ग इ अ + ∠अ इ उ, अतः ∠ग इ क + ग इ अ + अ इ उ = १८०°, अत्र ∠ग इ क + ग इ अ = ∠क इ अ, अतः ∠क इ अ + ∠अ इ उ = १८०° = समकोणद्वयम्, इति सिद्धम् ।

अनुमानम्—१—कस्यापि रेखाया एकस्मिन् पार्श्वे एकस्मिन् बिन्दौ यावन्तः कोणाः भवन्ति तेषां योगः समकोणद्वयतुल्यो भवति ।

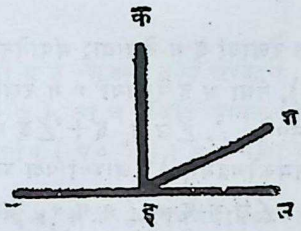
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१४. चतुर्दशी प्रतिज्ञा

सामा०—कस्यापिरेखाप्रान्ते तत्पार्श्वद्वयागतयोरन्यरेखयोर्मेलनेनोत्पन्नौ कोणौ समकोणौ, अथवा तयोर्योगः समकोणद्वयसमानस्तदा तद्रेखाद्वयमेकंव रेखा स्यात् ।

विशे०—क इ रेखायाः इ प्रान्ते पार्श्वद्वयादागतयोः अ इ, उ इ रेखयोर्योगेन संजातौ ∠उ इ क, ∠क इ अ कोणौ प्रत्येकं समकोणौ, वा तयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यस्तदा उ इ, अ इ रेखा एकैव स्यात् ।



उपपत्तिः—यद्येवमुच्यते, उ इ, अ इ रेखा एका नास्ति अपितु, अ इ, इ ग स्वरूपास्ति तदा ∠क इ अ + ∠क इ ग = १८०° (प्र० १३)। परन्तु ∠क इ अ + ∠क इ उ = १८०°, इति स्वीकृतमेवास्ति। ∴ ∠क इ अ + ∠क इ उ = क इ अ + क इ ग, अत्र ∠क इ अ इत्यस्योभय पक्षाद्विशोधनेन, ∠क इ उ = ∠क इ ग (स्व० २)। परमेवं न भविष्यति, यतः क इ उ समस्तकोणः स्वखण्डेन क इ ग कोणेन तुल्यो भवति। अतः अ इ, उ इ रेखे मिलित्वा अ उ समाकारा एकैव भविष्यतीति सिद्धम् ।

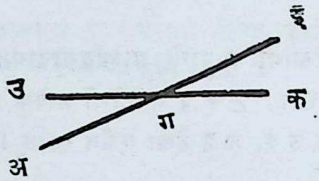
१५. पञ्चदशी प्रतिज्ञा

सामा०—द्वयोः रेखयोः संपातेन यत्कोणचतुष्टयमुत्पद्यते तत्र सम्मुखकोणद्वयं परस्परं समानं स्यात् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—अ इ, उ क रेखयोः ग बिन्दौ सम्पातेन ये चत्वारः कोणाः जायन्ते तत्र ∠उ ग अ = ∠इ ग क, तथा ∠उ ग इ = ∠अ ग क इति स्यात् ।



उपपत्तिः—उ क रेखायां इ ग रेखायाः संपातेन ∠उ ग इ + ∠इ ग क = १८०°, (प्र० १३), तथा अ इ रेखायां क ग रेखायाः मेलनेन ∠इ ग क + ∠क ग अ = १८०°, ∴ ∠उ ग इ + ∠इ ग क = ∠इ ग क + ∠क ग अ = १८०° (समकोणद्वयम्) । आभ्यां पक्षाभ्यां ∠इ ग क विशोधनेनापि तुल्यत्वे सति, ∠उ ग इ = ∠अ ग क, इमौ सम्मुखकोणौ तुल्यौ जातौ । एवमेव इ ग क, उ ग अ कोणावपि तुल्यौ भवेताम् ।

अनुमानम्—(१) रेखाद्वयसंपातेनोत्पन्नानां चतुर्णां कोणानां योगः समकोणचतुष्टयसमो भवति ।

(२) एकस्मिन् बिन्दौ यावन्तः कोणा उत्पद्यन्ते तेषां योगः चतुर्भिः समकोणैः समानं भवति ।

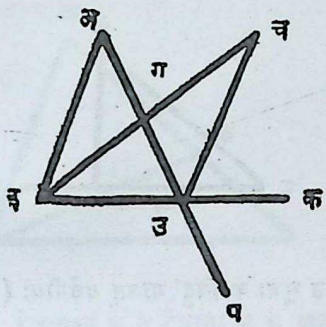
१६. षोडशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजस्य कस्यापि भुजस्यवर्धनेन बहिरुत्पन्नकोणः स्वपार्श्वंगतकोणं विहाय शेषान्तःकोणाभ्यां प्रत्येकान्महान् भवति ।

विशे०—यथा, अ इ उ त्रिभुजे इ उ भुजस्य क बिंदु यावत् बर्धनेन बहिरुत्पन्नः ∠अ उ क > उ इ अ, उ अ इ कोणाभ्यां प्रत्येकादधिको भवेत् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—ग बिन्दौ अ उ भुजस्य तुल्यं खण्डद्वयं विधाय (प्र० १०) इ ग रेखा कार्या (सि० ७), तां च चिह्नं यावत् बर्धयित्वा (सि० ८) इ ग तुल्यं ग च खण्डं कार्यम् (प्र० ३) । च उ रेखा कार्या ।

उपपत्तिः—अत्र अ इ ग, च ग उ त्रिभुजयोर्मध्ये अ ग = ग उ, इ ग = ग च, ∠अ ग इ = च ग उ (प्र० १५), ∴ अ इ = च उ, तथाधारलग्नौ ∠अ, ∠इ, इमौ ∠उ, ∠च, आभ्यां समौ (प्र० ४) । अथोऽत्र ∠अ = ∠ग उ च, एवमत्र ग उ क कोणः ग उ च अथवा ग अ इ अस्मान् महानस्ति । एवमेव अ उ भुजः प पर्यन्तं बर्धितश्चेन् तदा इ उ प बहिर्गतः कोणः अ इ उ अन्तः कोणान्महान् सिद्ध्यति । तथा ∠इ उ प = ∠अ उ क (प्र० १५), एवं इ अ उ कोणादपि अ उ क अथवा इ उ प कोणः महान् सिद्ध्यति ।

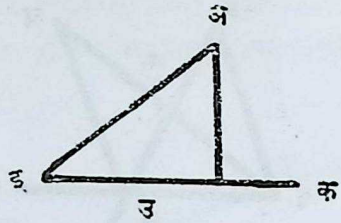
१७. सप्तदशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजेऽन्तः कोणद्वययोगः समकोणद्वयाग्न्यूनो भवति ।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे कयोरप्यन्तः कोणयोर्योगः समकोणद्वयाग्न्यूनं स्यात् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—इ उ भुजः क बिंदुं यावत् वर्धनीयः (सि० ८)।

उपपत्तिः—∠अ उ क कोणाल्लघुः अ इ उ कोणः (प्र० १२), अत्र ∠अ उ इ उभयत्र योज्यते तदा ∠अ उ क + ∠अ उ इ, अयं वृहदस्ति ∠अ इ उ + ∠अ उ इ, अस्मात्। यतः ∠अ उ इ + ∠अ उ क = १८०° (सम्कोणद्वयं, प्र० १३), अतः ∠अ इ उ + ∠अ उ इ, अस्यमानं समकोणद्वयान्न्यूनं सिद्धम्। एवमेव ∠अ + ∠उ, तथा ∠इ + ∠अ, इमावपि समकोणद्वयान्न्यूनौ स्याताम्।

अत्रानुमानम् (१) यस्मिंस्त्रिभुजे एकः समकोणोऽधिककोणौ वा तत्रवशिष्टौ लघुकोणौ एव स्याताम्।

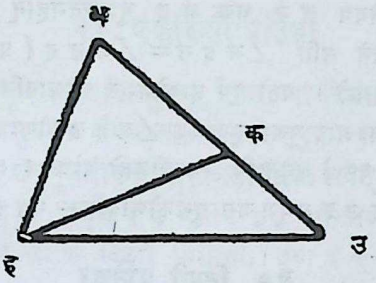
१८. अष्टादशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजे वृहद्भुज सम्मुखः कोणो लघुभुजसम्मुखकोणादधिको भवति।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे यदि अ इ भुजात् अ उ भुजोऽधिकः तदा अ इ उ कोणोऽपि अ उ इ कोणादधिको भवेत्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



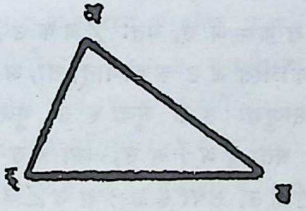
इति क०—अ इ रेखातुल्यं अ उ रेखातः अ क खण्डं विधाय (प्र. ३) इ क रेखा विधेया (सि० ७)

उपपत्तिः—इ क उ त्रिभुजे अ क इ बहिर्कोणः क उ इ अन्तः कोणादधिकः (प्र० १६)। अ इ = अ क, अतः ∠ अ क इ = ∠ अ इ क (प्र. ५) अत एव अ इ क कोणोऽपि अ उ इ कोणादधिकः। ∠ अ इ उ इति सम्पूर्णकोणस्तु ततोऽपि सुतरामधिकः।

१९. एकोनविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजे बृहत्कोणसम्मुखभुजो लघुकोणसम्मुखभुजान्महान् भवति।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे ∠ अ इ उ, यदि ∠ अ उ इ कोणान्महांस्तदा अ उ भुजोऽपि अ इ भुजान्महान् स्यात्।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

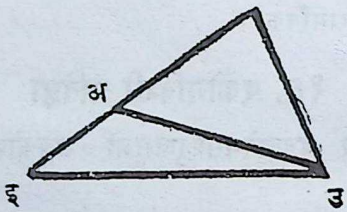
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—चेदत्र अ उ भुजः अ इ भुजान्नमहान् तदा अ इ=अ उ कल्प्यताम्। तुलत्वे सति ∠अ इ उ=∠अ उ इ (प्र. ५), अनेन स्वस्वीकृतमेव तथ्यं बाधते। यतो पूर्वं इ कोणः उ कोणादधिकः स्वीकृतः। यदि चेन्मन्यते, अ उ भुजः अ इ भुजान्न्यूनस्तदा ∠अ इ उ कोणः अ उ इ कोणान्न्यूनो भविष्यति, (प्र० १८) अनेनापि स्वस्वीकृतो बाधते। अतः अ इ उ बृहद्भुजसम्मुखकोणः अ उ इ लघुभुजसम्मुखकोणादधिक एव स्यादिति सिद्धम्।

२०. विंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजे भुजद्वययोगस्तृतीयभुजादधिको भवति।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे कयोरपि द्वयोर्भुजयोर्योगस्तृतीयभुजादधिको भवेत्।



इति क०—इ अ रेखां क बिंदुयावद् वर्धयित्वा (सि० ८) तस्याः अ उ रेखातुल्यं अ क खंड कृत्वा (प्र० ३) उ क रेखा विधेया (सि० ७)।

उपपत्तिः—यतः अ क=अ उ, अतः ∠अ क उ ∠अ उ क (प्र० ५), अथ ∠इ उ क, अधिकोऽस्ति अ उ क कोणात्, सः, अ क उ कोणादप्यधिकः। ∠इ उ क बृहत्कोणसम्मुखः इ क भुजः इ उ भुजतोऽधिकः (प्र. १९); इ अ+अ उ=इ क, अतः इ अ+अ उ, अयं इ उ भुजतोऽधिको जातः। एवमेव अ इ+इ उ∠अ उ, तथा इ उ+अ उ∠अ इ; इति सिद्ध्यति।

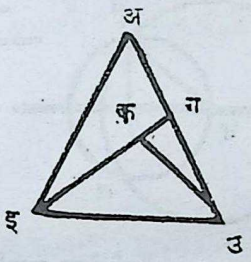
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२१. एकविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजे कस्यापि भुजस्य प्रान्ताभ्यां निर्गतयोस्त्रिभुजान्तर्गत-लग्नरेखयोर्योगस्त्रिभुजस्य शेषभुजद्वययोगतो न्यूनः स्यात्, रेखयोरुत्पन्न-कोणस्तु त्रिभुजस्य शेषभुजयोरन्तर्गतकोणतोऽधिको भवेत्।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे इ उ भुजस्य इ उ प्रान्ताभ्यां निःसृतौ इ क, उ क भुजौ त्रिभुजान्तः क बिन्दौ मिलितः, तदा इ क + उ क न्यूनोऽस्ति, इ अ + अ उ इत्यनेन। ताभ्यामुत्पन्नः इ क उ कोणस्तु इ अ उ कोणा-दधिकोऽस्ति।



इति क०—इ क रेखा ग बिन्दु यावत् वर्धनीया।

उपपत्तिः—अ इ ग त्रिभुजे, अ इ + अ ग ∠ इ ग भुजतोऽधिकः (प्र. २०) अत्र यदि उभयत्र उ ग भुजः योज्यते, तदा अ इ + अ उ ∠ इ ग + ग उ भुजतोऽधिकः (स्व० ४)। उ ग क त्रिभुजे, उ ग + ग क ∠ क उ, (भुजतो-ऽधिकः प्र० २०), अत्र इ क भुजस्य योजनेन, उ ग + ग इ ∠ उ क + क इ। पूर्वं अ इ, अ उ भुजयोर्योगः इ ग, ग उ भुजयोर्योगादधिकः सिद्धः। अतः अ इ, अ उ भुजयोर्योगः इ क, उ क भुजयोर्योगादतीवाधिकः सिद्ध्यति। अथ क ग उ त्रिभुजे उ क इ बहिर्कोणः उ ग क अन्तः कोणादधिकः (प्र. १६), तथा अ इ ग त्रिभुजे उ ग इ बहिःस्थकोणः ग अ इ अन्तः कोणादधिकः। अतोऽत्र इ क उ कोणः, इ अ उ कोणादधिक एवेति सिद्धम्।

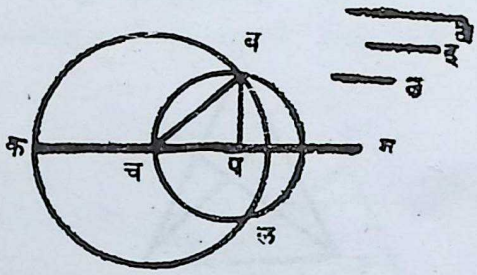
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२२. द्वाविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकं त्रिभुजं कर्तव्यमस्ति, यस्य त्रयोऽपि भुजाः निर्दिष्टाभिस्तिसृभिरेखाभिः समानाः भवेयुर्यासु रेखासु द्वयोर्योगस्तृतीयरेखातोऽधिकः स्यात् ।

विशे०—अत्र अ, इ, उ, तिस्रो रेखा निर्दिष्टाः सन्ति यत्र अ, इ रेखायोगः उ रेखात, अ, उ रेखायोगः इ रेखातः, इ, उ रेखायोगश्च अ रेखातोऽधिकोस्ति । एकं त्रिभुजं कर्तव्यं यस्य त्रयो भुजाः अ, इ, उ रेखाभिर्यथाक्रमं तुल्याः स्युः ।



इति क०—क बिन्दुतः क ग दीर्घा रेखा कार्या। अस्यां रेखायां अ तुल्या क च, इ तुल्या च प, तथा उ तुल्या प म रेखा कार्या (प्र० ३)। च क व्यासार्धेन च केन्द्रात् क ब ल वृत्तं, तथा प म व्यासार्धेन प केन्द्रात् ब म ख वृत्तं विधेयम्। ब च, ब प रेखे कार्ये (सि० ७)। एवं ब च प त्रिभुजस्य त्रयो भुजाः अ, इ, उ रेखासमाः स्युः ।

उपपत्तिः—क ब ल वृत्तस्य व्यासार्धत्वात् च ब=च क (प १५), यत्र च क=अ ∴ च ब=अ, एवं म ब ल वृत्तस्य व्यासार्धत्वात् प म=प ब, ∴ प म=उ, ∴ प ब=उ, च प रेखा तु इ रेखा समाकृता एव, अतः ब च प त्रिभुजमेवं विधं सम्पन्नं यस्य च ब, च प, ब प त्रयोऽपि भुजाः क्रमेण अ, इ, उ रेखाभिस्तुल्याः संजाताः ।

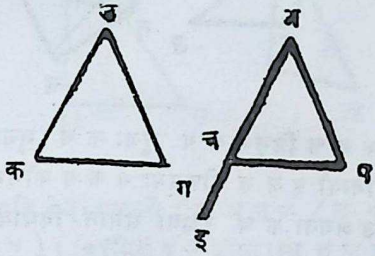
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२३. त्रयोविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टरेखाया निर्दिष्टबिन्दूपरि निर्दिष्टकोणसमानः कोणः कर्तव्यः।

विशे०—अ इ अभीष्ट रेखायाः अ निर्दिष्टबिन्दूपरि ∠ क उ ग तुल्यः कोणः कर्तव्यः।



इति क०—उ क, उ ग रेखयोर्मध्ये क्वापि क, ग बिन्दुं कृत्वा क ग रेखा कार्या (सि० ७)। अ इ रेखोपरि अ च प त्रिभुजं कर्तव्यं यस्य अच भुजः = उ क, अ प = उ ग, च प = क ग भवेत् (प्र० २२)। एवं ∠ च अ प = ∠ क उ ग भविष्यति।

उपपत्तिः—क उ ग, च अ प त्रिभुजयोर्मध्ये क उ = अ च, उ ग = अ प, तथा क ग = च प, अतः त्रिभुजयोर्साम्यात् ∠ क उ ग = च अ प, (प्र० ८)। अतः अ इ रेखायाः अ बिन्दूपरि च अ प कोणः क उ ग कोणेन तुल्यो जातः।

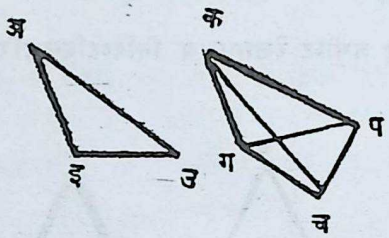
२४. चतुर्विंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजद्वयोर्मध्ये यदि प्रथमस्य भुजद्वयं क्रमेण द्वितीयस्य भुजद्वयेन तुल्यं, प्रथमस्य भुजद्वयान्तर्गतकोणश्च द्वितीयस्य भुजद्वयान्तर्गत-कोणतो महान् स्यात्तदा प्रथमस्याधारो द्वितीयस्याधरान्महान् भवेत्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—अत्र अ इ उ, क ग च त्रिभुजयोर्मध्ये अ इ=क ग, अ उ=क च, तथा इ अ उ कोणः ग क च कोणतो महांस्तदा इ उ आधारः ग च आधारान्महान् भवेत्।



इति क०—क ग च त्रिभुजे क ग भुजः क च भुजान्न्यूनः स्वीक्रियते। क ग रेखायाः क बिन्दौ इ अ उ कोणसमः ग क प कोणः कार्यः (प्र० २३)। क प रेखाम् अ उ अथवा क च रेखया समानं विधाय (प्र० ३) ग प, च प रेखे कार्ये।

उपपत्तिः—अ इ उ, क ग प त्रिभुजयोर्मध्ये अ इ=क ग, अ उ=क प, तथा ∠इ अ उ = ∠ग क प, ∴ इ उ=ग प (प्र० ४)। ∵ क प=क च (प्र० ५), ∴ ∠क प च=∠क च प, अथात्र क प च कोणः ग प च कोणतो महान्; अतः क च प कोणोऽपि ततो महान्। ग च प कोणस्तु क च प कोणान्महान्, अतः ग च प कोणस्तु ग प च कोणान्नितरां महान्। अतः ग प बृहत्कोणसम्मुखो भुजः ग च भुजतोऽधिकः (प्र० १९)। इ उ भुजः = ग प भुजः अतएव इ उ आधारः ग च आधारतोऽधिकः।

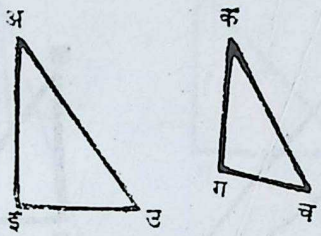
२५. पञ्चविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजद्वयमध्ये यदि प्रथमस्य भुजौ द्वितीयस्य भुजाभ्यां तुल्यौ, प्रथमस्याधारश्च द्वितीयस्याधारेण महान्भवेत्तदा प्रथमस्य भुजद्वयान्तर्गतकोणो द्वितीयस्य भुजद्वयान्तर्गतकोणतो महान्भवेत्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—अ इ उ, क ग च त्रिभुजयोर्मध्ये अ इ = क ग, अ उ = क च, तथा इ उ आधारः ग च आधारतो महांस्तदा इ अ उ कोणः ग क च कोणतोऽधिकः स्यात् ।



उपपत्तिः—यदि चेत् कल्प्यते ∠इ अ उ = ∠ग क च, तर्हि इ उ = ग च भवेत् (प्र० ४) । परमिदं इ उ आधारस्य ग च आधारापेक्षया महत् कल्पनात् विरुद्धम् । अतः ∠ इ अ उ = ∠ग क च कदापि न स्यात् । यदि इ अ उ कोणः ग क च कोणान्न्यूनः कल्प्यते तदा तु, इ उ आधारः ग च आधारान्न्यूनो जायते, परन्त्विदमपि पूर्वप्रतिपादितमहदाधारस्य लघुत्वं करोतीति असङ्गत्या विरुद्धम् । अतः इ अ उ कोणः ग क च कोणान्न्यूनोऽपि न स्यात् । इत्थं इ अ उ कोणस्य महत्वं ग क च कोणापेक्षया निर्विवादत्वेन सिद्धम् ।

२६. षड्विंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजद्वयमध्ये यदि प्रथमस्य कोणद्वयमेकभुजश्च द्वितीयस्य कोणद्वयेनैकभुजेन च तुल्यस्तदा प्रथमस्य शेषभुजद्वयमेककोणश्च क्रमेण द्वितीयस्य शेषभुजद्वयेनैककोणेन च समानो भवेत् ।

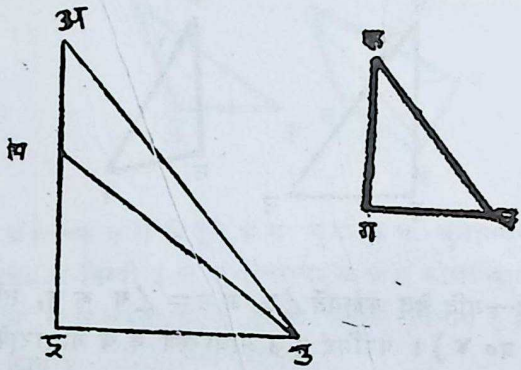
विशे०—अ इ उ, क ग च त्रिभुजयोर्मध्ये ∠अ इ उ = ∠क ग च,

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∠अ उ इ = ∠क च ग, तथैक भुजः एक भुजेन तुल्यस्तदा क्रमेण शेषभुजौ शेषभुजाभ्यां तथा ∠इ अ उ = ∠ग क च भवेत्।

(१) तत्र यदि प्रथम त्रिभुजे इ उ आधारः = ग च आधारः तर्हि अ इ = क ग, अ उ = क च, ∠इ अ उ = ∠ग क च इति स्यात्।



इति क०—अत्र यदि अ इ भुजः, क ग भुजसमो नास्तीति मतं, तर्हि अ इ भुजः क ग भुजतो महानिति कल्प्यताम्। अ इ भुजतः क ग तुल्यं इ प खण्डं कृत्वा (प्र० ३) उप रेखा कार्या।

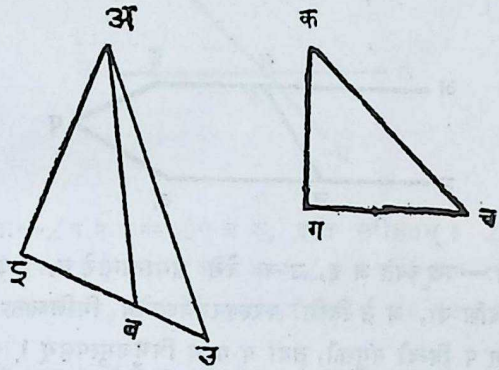
उपपत्तिः—अथ प इ उ, क ग च त्रिभुजयोर्मध्ये इ प = ग क, इ उ = ग च, ∠प इ उ = ∠क ग च, अतोऽत्र त्रिभुजद्वयं तुल्यं जातम्। सर्वे कोणाः सर्वे भुजाश्च तुल्याः सन्ति (प्र० ४) इत्यमत्र ∠इ उ प = ∠ग च क, ∴ ∠इ उ प = ∠इ उ अ (स्व० १) परमिदं बाधितम् (स्व० २) अतः अ इ = क ग इति न स्यात्। किन्तु एतौ तुल्यौ एव, यतः अ इ उ, क ग च त्रिभुजयोस्तथा अ इ, क ग भुजयोस्तुल्यत्वं पूर्वसिद्धम्। इ उ, ग च भुजयोः अ इ उ, क ग च कोणयोश्च तुल्यता प्रतिज्ञायामेव स्वीकृता।

अतः अ उ, क च भुजौ, इ अ उ, ग क च कोणौ च समौ संजातौ (प्र० ४)।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

(२) यदि प्रथमत्रिभुजे अ इ = क ग तदा, अ उ = क च, इ उ = ग च, ∠इ अ उ = ∠ग क च, इति ज्ञेयम् ।



यदि चेत् इ उ = ग च, न स्यात्तदा कल्प्यताम्, इ उ ∠ग च। इ उ भुजतो ग च समानं इ ब खण्डं कृत्वा (प्र० ३) अ ब रेखा कार्या। △अ इ ब, △क ग च मध्ये इ ब = ग च, अ इ = क ग, ∠अ इ ब = ∠क ग च, ∴ अ ब = क च, तथा त्रिभुजद्वयं शेषकोणाश्च समानाः (प्र० ४) एवम्, ∠इ ब अ = ∠ग च क, ∵ ∠ग च क = ∠इ उ ब ∴ ∠इ ब अ = ∠इ उ अ (स्व० १) अर्थात् अ ब उ त्रिभुजस्य बहिः कोणोऽन्तः कोणेन तुल्यो भवति (प्र० १६) परमिदं विरुद्धम्। अतः इ उ, ब च भुजौ तुल्यौ एव स्याताम्। इत्थं △अ इ उ △क ग च त्रिभुजमध्ये अ इ = क ग, इ उ = ग च, ∠अ इ उ = ∠क ग च। अत एव अ उ = क च, ∠इ अ उ = ∠ग क च इति सिद्धम् (प्र० ४)।

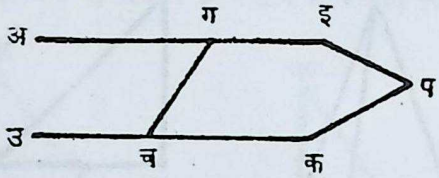
२७. सप्तविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि रेखाद्वयोपरि तृतीयरेखायाः संयोगे एकान्तरकोणौ समौ भवेता, तदा ते रेखे समानान्तरे स्याताम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—अ इ, उ क रेखयोरुपरि ग च रेखायाः संयोगे ∠अ ग च= ∠ग च क (एकान्तरकोणौ तुल्यौ) तदा अ इ, उ क रेखे समानान्तरे भवेताम् ।



उपपत्तिः—यद्युच्यते अ इ, उ क रेखे समानान्तरे न, तदा ते बर्धिते सति इ क दिशि वा, अ उ दिशि परस्परमवश्यमेव मिलिष्यतः । कल्प्यतां ते इ क दिशि प बिन्दौ संयुक्तौ, तदा प ग च त्रिभुजमुत्पन्नम् । अत्र अ ग च बहिःकोणः ग च क अन्तःकोणादधिकः (प्र० १६) । परमिदं तत्कोणयोस्तुल्यत्वकल्पनात् विरुद्धम् । अतः अ इ, उ क रेखे इ, क दिशि न कदापि मिलिष्यतः । एवमेव अ उ दिश्यपि बर्धनेन ते न मिलिष्यतः । अतस्तयोर्समानान्तरत्वं सिद्धम् ।

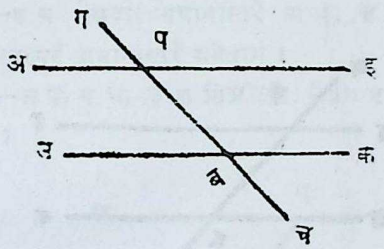
२८. अष्टाविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि रेखाद्वयोपरि तृतीयरेखायाः योगेन बहिरुत्पन्नकोणस्तद्दिक्केनाभिमुखेनान्तर्गतकोणेन समः स्यात्, अन्तर्गतैकदिक्कोणद्वययोगः समकोणाभ्यां समो वा स्यात्तदा ते रेखे समानान्तरे भवेताम् ।

विशे०—अ इ, उ क रेखयोरुपरि ग च रेखायाः संयोगेन बहिरुत्पन्नः ग प इ कोणस्तद्दिक्केन सम्मुखेन प ब क अन्तःकोणेन समः, अथवा ∠इ प ब+ ∠क ब प=१८०° (एकदिक्कान्तर्कोणः समकोणद्वयः), तदा अ इ, उ क समानान्तरे भवेताम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उपपत्तिः—∠ग प इ = ∠प ब क, इति स्वीकृतम्। ∠ग प इ = ∠अ प ब (प्र० १५) अतः ∠अ प ब = ∠प ब क (स्व०—१) परमनयोरेकान्तरत्वात् अ इ, उ क रेखे समान्तरे सिद्धे (प्र० २७)।

अत्र ∠इ प ब + ∠क ब प = १८०° (समकोणद्वयः) ∠अ प ब + ∠इ प ब = समकोणद्वयः = ∠इ प ब + ∠क ब प (स्व० १), अस्मिन् पक्षे इ प ब कोणस्य शोधनेनापि ∠अ प ब = ∠क ब प, अनयोः कोणयोरेकान्तरत्वात् अ उ, उ क रेखे समानान्तरे जाते (प्र० २७)।

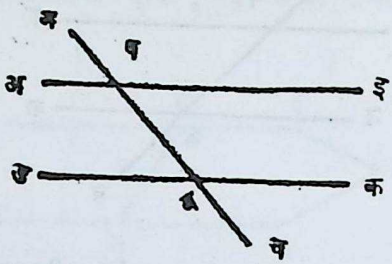
२९. एकोनत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—सामानान्तररेखाद्वयोपरि तृतीयरेखायाः संयोगे एकान्तरकोणौ तुल्यौ भवतः, बहिर्गतः कोणस्तद्दिग्गतेनाभिमुखेनान्तः कोणेन तुल्यो भवति; एकदिश्यन्तर्गकोणयोर्योगश्च समकोणद्वयसमो भवति।

विशे०—अ इ, उ क समानान्तररेखयोरुपरि ग च रेखायाः संयोगे एकान्तरकोणौ अ प ब, प ब क तुल्यौ। ग प इ बहिःकोणस्तद्दिग्गतेन प ब क अन्तःकोणेन तुल्यस्तथा इ प ब, क ब प एकदिग्गतान्तःकोणयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यः स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उपपत्तिः—∠अ प ब, ∠प ब क परस्परं तुल्यौ यदि न मन्यते तदा एकोऽपरस्मादधिको भविष्यति। कल्प्यताम् अ प ब कोणः प ब क कोणादधिकोऽस्ति। तयोः इ प ब कोणः योजनेन ∠अ प ब + ∠इ प ब अयं ∠इ प ब + प ब क कोणयोर्योगादधिको भवेत् (स्व० ४) ∠अ प ब + ∠इ प ब = समकोणद्वयं (प्र० १३)। ∴ इ प ब + प ब क = समकोणाभ्यां न्यूनः। एवं सति अ इ, उ क रेखे वर्धिते तदा इ क दिशि मिलिष्यतः (स्व० १३), परेमतेन पूर्वं स्वीकृतं समानान्तरत्वमत्र बाधते।

अतः ∠अ प ब = ∠प ब क इत्येव सिध्द्यति।

∵ ∠अ प ब = ∠ग प इ (प्र० १५),

∴ ∠ग प इ = ∠प ब क (स्व० १), अत्र यदि ∠ इ प ब योज्यते, ∠ग प इ + ∠इ प ब = ∠प ब क + ∠इ प ब।

∵ ∠ग प इ + ∠इ प ब = समकोणद्वयः (प्र० १३)

∴ ∠इ प ब + ∠प ब क = समकोणद्वय, इति सिद्धम्।

३०. त्रिंशी प्रतिज्ञा

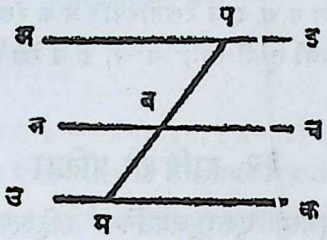
समा०—एकया रेखया यावत्यो रेखाः समानान्तराः भवन्ति तास्सर्वाः परस्परं समानान्तराः भवेयुः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशेष०—ग च रेखया समानान्तरे अ इ, उ क रेखेस्तः तदा अइ, उ क रेखेऽपि परस्परं समानान्तरे भवेताम् ।

इति क०—अ इ, ग च, उ क तिस्रोऽपि रेखाः प म रेखया प, म, ब, बिन्दुषु छिन्नाः ।



उपपत्तिः—अ इ, ग च समानान्तररेखे प म रेखया छिन्ने भवतः । ∴ ∠अ प ब = ∠प ब च (प्र० २९) । ग च, उ क समानान्तररेखे प म रेखया छिन्ने, ∴ ∠प ब च = ∠प म क (प्र० २९) ∵ ∠अ प म = ∠प ब च, ∴ ∠अ प म = प म क, एते एकान्तरकोणौ तुल्यौ जातौ, ∴ अ इ, उ क रेखे समानान्तरे सिद्धे ।

३१. एकत्रिंशी प्रतिज्ञा

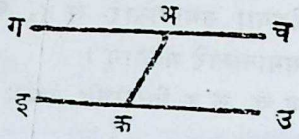
सामा०—अभीष्टरेखासमानान्तरा इष्टबिन्दूपरिगामिनी एका रेखा कर्तव्या ।

विशे०—अ बिन्दुः, इ उ रेखा च निर्दिष्टा । एका रेखा अ बिन्दूपरिगता इ उ रेखा समानान्तरा विधेया ।

इति क०—इ उ रेखायां क बिंदु कृत्वा क अ रेखा कार्या । क ख रेखायाः अ बिन्दौ अ क उ कोणतुल्यं क अ ग कोणं विधाय (प्र० २३), ग अ रेखा च बिंदुं यावत् वर्धनीया (सि० ८) । एवमत्र ग च रेखा इ उ समानान्तरा भवति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

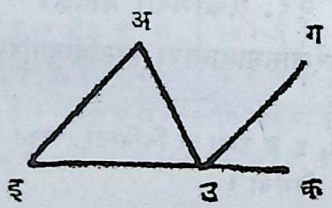


उपपत्तिः—अत्र ग च, इ उ रेखयोरुपरि अ क रेखा पतति तथा ग अ क, अ क उ एकान्तरकोणौ तुल्यौ स्तः; ग च, इ उ रेखे समानान्तरे (प्र० २७) सिद्धे।

३२. द्वात्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—त्रिभुजस्य एकभुजबर्धनेन बहिरुत्पन्नकोणः स्वपार्श्वस्थकोणस्य सम्मुखद्वयकोणयोर्योगेन समानः, तथा त्रिभुजे कोणत्रययोगः समकोणद्वयसमानो भवति।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजस्य इ उ भुजस्य क चिह्नावधि बर्धनेन बहिरुत्पन्नः अ उ क कोणः स्वपार्श्वगतकोणसम्मुखयोः उ अ इ, अ इ उ कोणयोः समानो भवेत्। तथा त्रिभुजान्तर्गतानाम् अ इ उ, अ उ इ, इ अ उ त्रयाणां कोणानां योगः समकोणद्वयसमानः स्यात्।



इति क०—इ अ रेखासमानान्तरा उ ग रेखा विधेया (प्र० ३१)।

उपपत्तिः—अ इ, उ ग समानान्तररेखयोरुपरि अ उ रेखा निपतति अतः ∠इ अ उ = ∠अ उ ग (एकान्तरौ, प्र० २९) पुनश्च अ इ, उ ग समा-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

नान्तररेखयोरुपरि इ क रेखा निपतति अतः ग उ क बहिः कोणः अ इ उ अन्तःकोणेन तुल्यः (प्र० २९)। ∠अ उ ग = ∠इ अ उ, पूर्वमेव सिद्धम् अतः अ उ ग, ग उ क कोणयोर्योगरूपः अ उ क बहिः कोणः इ अ उ, अ इ उ अन्तः कोणद्वययोगतुल्यः (स० २)। तस्मिन्नन्तःकोणद्वययोगे तत्समाने बहिः कोणे यदि अ उ इ अन्तः कोणो योज्यते तदा—

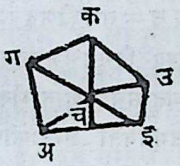
∠अ उ क + ∠अ उ इ = ∠ इ अ उ + ∠अ इ उ + ∠अ उ इ (स्व० २)।

∵ ∠अ उ क + ∠अ उ इ = समकोणद्वयः (प्र० १३)।

∴ ∠इ अ उ + ∠अ इ उ + ∠अ उ इ = समकोणद्वयसिद्धः।

अनुमानम् (१)—बहुभुजक्षेत्रे सर्वेषामन्तःकोणानां योगे समकोणचतुष्टयं योज्यते तदा द्विगुणभुजसंख्याकसमकोणसमानः स्यात्।

बहुभुजस्य मध्ये एकं बिन्दु कृत्वा ततो क्षेत्रकोणावधिविहितासु रेखासु तद्भुजसङ्ख्यकानि त्रिभुजानि जायन्ते। यथा क्षेत्रे स्फुटः स्यात्।



पूर्वरीत्या अ इ उ क ग बहुभुजस्यमध्ये च बिन्दुं विधाय तत्तः क्षेत्रकोणपर्यन्तं कृतासु रेखासु तद् भुजसङ्ख्यकानि त्रिभुजानि उत्पन्नानि। तत्र प्रतित्रिभुजे कोणत्रययोगः समकोणद्वयसमोऽस्ति (प्र० ३२); अतः सर्वेषां त्रिभुजानां कोणयोगः द्विगुणभुजसङ्ख्याकसमकोणसमो जातः। यावन्तस्त्रिभुजास्तेषां कोणाश्च सन्ति ते सर्वे बहुभुजकोणानां तदन्तर्वर्तिनि च बिन्दौ उत्पन्नानां कोणानां योगेन समानाः। च बिन्दौ उत्पन्नाः कोणास्तु चतुर्भिः समकोणैः समाः (प्र० १५, अनु० २), अतो यदि बहुभुजकोणयोगश्च-

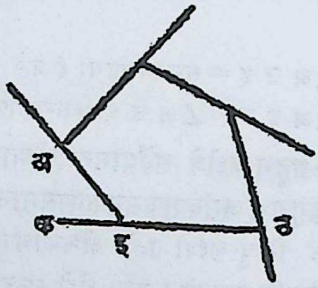
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तुभिः समकोणैर्युक्तः क्रियते, तर्हि सः द्विगुणभुजसङ्ख्याकसमकोणयोग-तुल्यः स्यादेव।

यदि चतुर्भिः समकोणैर्द्विगुणभुजसङ्ख्याकाः समकोणा ऊनी क्रियन्ते, तदा बहुभुजकोणयोगसमा भवेयुरिति किं चित्रम्।

अनुमानम् (२)—बहुभुजे सर्वेषां बहिःकोणानां योगः समकोण-चतुष्टयसमानो भवति।



अत्र त्रिभुजस्य बहिरन्तःकोणयोर्योगः समकोणद्वयसमः (प्र० १३)।

∴ ∠अ इ क + ∠अ इ उ = समकोणद्वयः।

अतः बहिरन्तःकोणानामैक्यं द्विगुणभुजसङ्ख्याकसमकोणैस्तुल्यं जायते। तदैक्यं बहुभुजान्तःकोणानां चतुःसमकोणानामैक्येन समानमस्ति (प्र० ३२, अनु० १) एताभ्यां यदि उभयवर्ती अन्तःकोणयोगोऽपनीयते, तदा बहिः कोणयोगश्चतुःसमकोण तुल्य एव सिद्ध्यति।

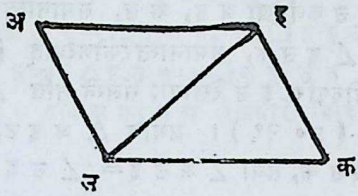
३३. त्रयस्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—परस्परं समयोः समानान्तररेखयोर्मध्ये एकस्याः प्रान्ताभ्यां द्वितीयरेखाप्रान्तौ यावत् कृते रेखे मिथः समे समानान्तरे च भवेताम्।

विशे०—अ इ, उ क रेखे परस्परं समे समानान्तरे च वर्तेते, तदा अ इ रेखायाः अ, इ प्रान्ताभ्याम् उ, क रेखायाः उ, क प्रान्तौ यावत् कृते अ उ, इ क रेखे मिथः समे समानान्तरे च भवेताम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



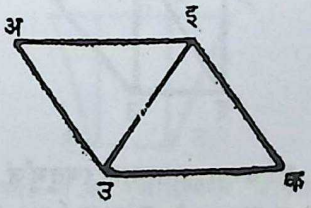
इति क०—इ उ रेखा विधेया (सि० ७)।

उपपत्तिः—अ इ, उ क समानान्तररेखयोरुपरि इ उ रेखायाः संयोगेन ∠अ इ उ = ∠क उ इ (एकान्तरत्वात् प्र० २९)। △अ इ उ, △क उ इ मध्ये, अ इ = उ क, इ उ भुजोभयनिष्ठः। ∴ ∠ अ इ उ = क उ इ, अ उ = इ क, शेषकोणौ शेषकोणाभ्यामपि तुल्यौ (प्र० ४)। एवमेव ∠ अ उ इ = ∠क इ उ। पुनश्च, इ क, अ उ रेखयोरुपरि इ उ रेखायाः निपतने एकान्तरकोणौ ∠अ उ इ = क इ उ, ∴ अ इ, इ क रेखे समानान्तरे सिद्धे (प्र० २७), साम्यं तु पूर्वमेव सिद्धम्।

३४. चतुस्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—समानान्तरचतुर्भुजे सम्मुखकोणौ परस्परं समानौ भवेताम्, तत्कर्णश्च क्षेत्रस्य समानं खण्डद्वयं विदधाति।

विशे०—अ इ क उ समानान्तर चतुर्भुजे ∠ अ इ क = ∠अ उ क, तथा ∠उ अ इ = ∠उ क इ, इमे सम्मुखकोणौ। इ उ कर्ण रेखा चतुर्भुजस्य तुल्यं खण्डद्वयं करोति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

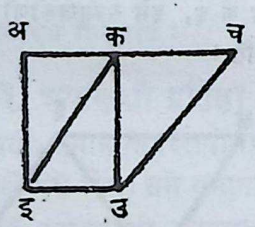
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—इ उ कर्णरेखा अ इ, क उ, समानान्तररेखयोरुपरि पतति ∴ ∠अ इ उ = ∠ इ उ क, समानान्तरकोणत्वात् (प्र० २९)। पुनः अ उ, इ क रेखयोरुपरि इ उ रेखायाः संलग्ने सति ∠अ उ इ = ∠उ इ क, एकान्तरत्वात् (प्र० २९)। अथात्र △ अ इ उ, △ उ इ क मध्ये ∠अ इ उ = ∠ इ उ क, तथा ∠ अ उ इ = ∠ उ इ क, उ इ भुज उभय निष्ठः। ∴ अ इ = उ क, अ उ = इ क ∠ इ अ उ = ∠ इ क उ, △ अ इ उ = △ इ उ क (प्र० २६) अ इ उ, इ उ क कोणयोस्तथा उ इ क, अ उ इ कोणयोश्च साम्यं पूर्वमेव साधितमतः △ अ इ क = △ अ उ क, तथा ∠ इ अ उ = ∠ इ क उ। ∵ △ अ इ उ = △ इ उ क, ∴ इ उ कर्णरेखा अ उ क इ समानान्तरचतुर्भुजस्य समानं खण्डं सम्पादयतीति सुसिद्धम्।

३५. पञ्चत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—समानान्तररेखाद्वयमध्ये एकस्मिन्नाधारे यावन्ति समानान्तरचतुर्भुजानि भवन्ति, तानि परस्परं समानानि भवेयुः।

विशे०—इ उ, अ च समानान्तररेखयोर्मध्ये इ उ आधारे अ क उ इ, क इ उ च समानान्तरचतुर्भुजद्वयमस्ति, तदा तन्मिथः तल्यं भवेत्।

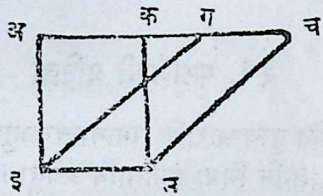


उपपत्तिः—अ इ उ क समानान्तरचतुर्भुजं इ क कर्णरेखा खण्डद्वयं करोति, अतः △ इ अ क = △ इ उ क (प्र० ३४) अर्थात् अ इ उ क

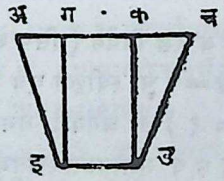
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

□ = २ × △ इ उ क, एवमेव क इ उ च चतुर्भुजस्य क उ कर्णं रेखा खण्ड द्वयं करोति तेन △ इ उ क = △ उ क च, ∴ □ क इ उ च = २ × △ इ उ क। ∵ □ अ इ क उ = २ △ इ उ क = □ क इ उ च ∴ □ अ इ उ क = □ क इ उ च, इति। यदि अ क, ग च रेखयोरेकबिन्दौ योगो न स्यात्तदा क्षेत्रम्—



अत्र अ क = इ उ, यतस्ते अ इ उ क समानान्तरचतुर्भुजस्य भुजौ (प्र० ३४)। एवं ग च = इ उ। ∴ अ क = ग च (स्व० १)। एतयोः क ग रेखायाः योजनेन, अ क + क ग = ग च + क ग = अ ग = क च। अथ △ इ अ ग △ उ क च मध्ये ∠ इ अ ग = ∠ उ क च (प्र० २९), अ ग = क च तथा अ इ = क इ, ∴ △ इ अ ग = △ उ क च (प्र० ४)। तत्र चेत् अ इ उ च क्षेत्रात् इ अ ग त्रिभुजं विशोध्यते तर्हि ग इ उ च समानान्तरचतुर्भुजमवशिष्टम्। तथा उ क च त्रिभुजं विशोध्यते तदा अ इ उ क चतुर्भुजमवशिष्टम् (स्व० ३); अत एते चतुर्भुजे मिथस्तुल्ये सिद्धे। चेत् क बिन्दुतः पूर्वमेव ग बिन्दुर्भवेत्तदा क्षेत्रम्—



अत्र अ क, ग च रेखाभ्यां ग क रेखाखण्डस्य शोधनात् अ ग, क च रेखे

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

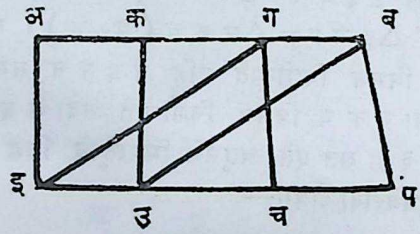
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अवशिष्टे (स्व० ३)। △ग अ इ, △ च क उ मध्ये अ ग = क च, अ इ = क उ (प्र० ३४), तथा ∠ च क उ = ∠ग अ इ (प्र० २९) ∴ △ग अ इ = △च क उ (प्र० ४), अत्र चेत् अ इ उ च क्षेत्राद् च क उ त्रिभुजं शोध्यते तदा अ इ उ क चतुर्भुजमवशिष्यते। यदि ग अ इ त्रिभुजं विशोध्यते, तदा ग इ उ च समानान्तरचतुर्भुजमवशिष्यते (स्व० ३) अतश्चतुर्भुजद्वयं तुल्यं सिद्धम्।

३६. षट्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—यावन्ति तुल्याधाराणि समानान्तरचतुर्भुजानि, समानान्तररेखयोर्मध्ये भवन्ति, तानि मिथः समानानि भवेयुः।

विशे०—अ ब, इ प समानान्तररेखयोर्मध्ये अ इ उ क, ग च प ब समानान्तरचतुर्भुजे वर्तेते, तयोः क्रमेण इ उ, च प आधारौ तुल्यौ, तदा अ इ उ क, ग च प ब समानान्तरचतुर्भुजे परस्परं तुल्ये स्याताम्।



इति क०—इ ग, उ ब रेखे विधेये (सि० ७)।

उपपत्तिः—अत्र इ उ = प च, स्वीकृत एव। च प = ग ब (प्र० ३४), अतः इ उ = ग ब (स्व० १)। अनयोः समानान्तरत्वात् इ ग = उ ब (प्र० ३३)। अतः ग इ उ ब समानान्तरचतुर्भुजं सिद्धम्। एवमेव अ ब, इ प समानान्तररेखयोर्मध्ये □अ इ उ क = □ग इ उ ब (प्र० ३५),

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

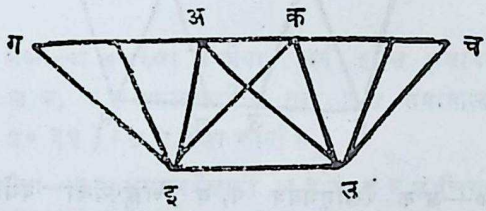
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अत्रैवमत्र □ग इ उ ब = □ग च प ब (प्र० ३५) अतः अ इ उ क, ग च प ब समानान्तरचतुर्भुजे परस्परं तुल्ये, इति सिद्धम्।

३७. सप्तत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्मिन्नाधारे यावन्ति त्रिभुजानि समानान्तररेखयोर्मध्ये भवन्ति तानि समानानि भवेयुः।

विशे०—इ उ, अ क समानान्तररेखयोर्मध्ये इ उ आधारे अ इ उ, क इ उ त्रिभुजे वर्तेते, ते तुल्ये भवेताम्।



इति क०—अ क रेखामुभयतः ग, च बिन्दुं यावत् वर्धयित्वा अ उ रेखायाः समानान्तरा ग इ रेखा तथा क इ समानान्तरा च उ रेखा कार्या (प्र० ३१)।

उपपत्तिः—समानान्तरचतुर्भुजौ ग इ उ अ, क इ उ च वर्तेते (प्र० ३४) यत इमौ इ उ, ग च समानान्तररेखयोर्मध्ये इ उ आधारे स्तः, अत इमौ तुल्यौ (प्र० ३५)। कर्णरेखया समानान्तरचतुर्भुजस्य तुल्यं खण्डद्वयं जायते इति रीत्या △अ इ उ, ग इ उ अ समानान्तरचतुर्भुजस्यार्धमस्ति। एवमेव △क इ उ अपि □क इ उ च चतुर्भुजस्यार्धम्। ∵ □ग इ उ अ = □क इ उ च, ∴ △अ इ उ = △क इ उ, इति सिद्धम् (स्व० ७)। एवं यथोक्तमुपपन्नम्।

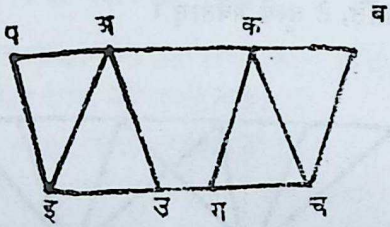
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

३८. अष्टात्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—सामानान्तररेखयोर्मध्ये तुल्याधाराणि यावन्ति त्रिभुजानि भवन्ति तानि परस्परं तुल्यानि स्युः।

विशे०—अ क, इ च समानान्तररेखयोर्मध्ये अ इ उ, क ग च त्रिभुजौ स्तः, यदि इ उ, ग च आधारौ तुल्यौ तर्हि तौ त्रिभुजौ तुल्यौ भवेताम्।



इति क०—अ क रेखामुभयत्र प, ब चिह्नपर्यन्तं वर्धयित्वा अ उ समानान्तरा इ प तथा ग क समानान्तरा च ब रेखा कार्या (प्र० ३१)।

उपपत्तिः—अत्र □प इ उ अ, □क ग च ब, समानान्तरचतुर्भुजौ प ब, इ च समानान्तररेखयोर्मध्ये तथा इ उ, ग च तुल्याधारयोरुपरि स्तः, अतस्तौ तुल्यौ (प्र० ३६)। समानान्तरचतुर्भुजस्य कर्णरेखया तुल्यं खण्डद्वयं भवतीति न्यायेन अ इ उ त्रिभुजं प इ उ अ समानान्तरचतुर्भुजस्यार्धम्। तथैव क ग च त्रिभुजमपि क ग च ब समानान्तरचतुर्भुजस्यार्धम्। अतः (स्व० ७) △अ इ उ = △क ग च इति सिद्धम्।

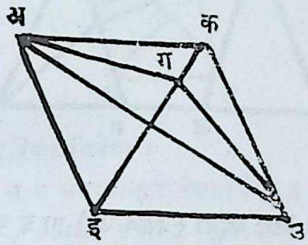
३९. एकोनचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्मिन्नाधारस्यैकपार्श्वे स्थितानि मिथस्तुल्यानि त्रिभुजानि समानान्तररेखयो अन्तर्गतानि भवन्ति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—इ उ आधारस्यैकपार्श्वे △अ इ उ = △क इ उ, तदा उभौ त्रिभुजौ समानान्तररेखाद्वयान्तर्गतौ स्याताम् ।



इति क०—अ क रेखा विधेया, इयं इ उ समानान्तरा भवति यद्युच्यते अ क, इ उ समानान्तरे न तदा इ उ समानान्तरा अ ग रेखा विधेया (प्र० ३१) । उ ग रेखा कार्या ।

उपपत्तिः—इ उ आधाररेखायां अ इ उ, ग इ उ त्रिभुजौ अ ग, इ उ समानान्तररेखयोर्मध्ये वर्तेते, अतस्तौ परस्परं तुल्यौ (प्र० ३७) परन्त्वत्र △अ इ उ = △क इ उ, प्रतिज्ञायामेव स्वीकृतम्, अतः △ग इ उ = △क इ उ, इति जायते परन्तु लघुत्रिभुजस्य वृहत्त्रिभुजेन न कदापि साम्यं स्यादतः नैवं भविष्यति । अतः अ ग रेखा इ उ रेखायाः समानान्तरा न स्यात् । एवं अ क रेखां विहाय नान्या काचिदपि रेखा इ उ समानान्तरा भवितुमर्हति । अतः इ उ, अ क रेखे समानान्तरे निष्पन्ने ।

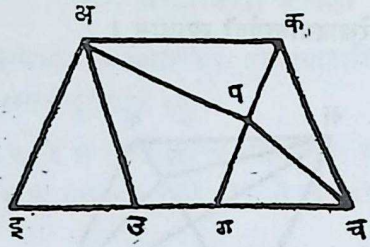
४०. चत्वारिंशी प्रतिज्ञा

समा०—एकस्याः रेखाया एकस्मिन् पार्श्वे तुल्याधारे स्थितानि समत्रिभुजानि समानान्तररेखाद्वयमध्यगतानि भवन्ति ।

विशे०—इ च रेखाया एकपार्श्वे △ अ इ उ = △क ग च, तथाधारौ इ उ = ग च तदा ते त्रिभुजे समानान्तररेखाद्वयमध्यगते स्याताम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—अ क रेखा कार्या (सि० ७) सा इ च समानान्तरा स्यात् ।

उपपत्ति—यदि अ क रेखा इ च रेखायाः समानान्तरा न मन्यते तदा इ च समानान्तरा अ प रेखा विधेया (प्र० ३१)। प च रेखा कार्या। इ उ, ग च समानाधारे इ च, अ प समानान्तररेखयोर्मध्ये अ इ उ, प ग च त्रिभुजेस्तः, ते तुल्ये (प्र० ३८) किन्तु △ अ इ उ = △ क ग च, प्रतिज्ञातम्, ∴ △ प ग च = △ क ग च (स्व० १), एतेन लघुत्रिभुजं बृहत्त्रिभुजेन समं भवतीति नियमविरुद्धम् । अतः अ प रेखा न कदापि इ च समानान्तरा स्यात् । एवमेव अ क रेखां विहाय न कापि रेखा इ च समानान्तरा भवितुमर्हति । अतः अ क, इ च रेखयोः समानान्तरत्वं सिद्धम् ।

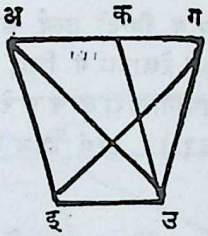
४१. एकचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—यद्येकं चतुर्भुजं त्रिभुञ्च एकस्मिन्नेवाधारे समानान्तररेखाद्वयमध्ये भवेत्तदा चतुर्भुजं त्रिभुजतो द्विगुणं भवति ।

विशे०—अ इ उ क समानान्तरचतुर्भुजं ग इ उ त्रिभुजञ्च इ उ आधारे इ उ, अ ग समानान्तर रेखयोर्मध्ये चास्ति, तदा □ अ इ उ क = २ × △ ग इ उ इति स्यात् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



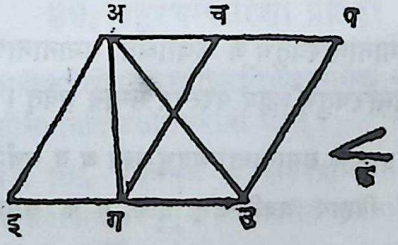
इति क०—अ उ रेखा विधेया ।

उपपत्ति—इ उ, अ ग समानान्तर रेखयोर्मध्ये इ उ आधारे △अ इ उ, △ग इ उ त्रिभुजेस्तः, अतस्ते परस्परं तुल्ये (प्र० ३७)। कर्णरेखया समानान्तरचतुर्भुजमर्धं क्रियते इति न्यायेन अ इ उ क समानान्तरचतुर्भुजम् अ इ उ त्रिभुजाद्द्विगुणम् (प्र० ३४) । ∴ △अ इ उ = △ग इ उ ∴ ▣ अ इ उ क = २ × △ग इ उ, इति सिद्धम् ।

४२. द्विचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टत्रिभुजसमानमेकं समानान्तरचतुर्भुजं कर्तव्यमस्ति, यस्यैकः कोणोऽभीष्टकोणेन समो भवेत् ।

विशे०—अत्र अ इ उ त्रिभुजं क कोणश्च निर्दिष्टः. एकं तादृक् चतुर्भुजं चिकीर्षितमस्ति यच्च अ इ उ त्रिभुजेन तुल्यं स्यात् तथास्यैककोणः क कोणेन समानो भवेत् ।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—इ उ भुजस्य ग बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं कृत्वा (प्र० १०) अ ग रेखा कार्या। पुनः ग उ रेखायाः ग चिह्ने क कोणतुल्यं उ ग च कोणं निर्माय (प्र० २३) ग उ समानान्तरा अ च प रेखा तथा ग च समानान्तरा उ प रेखा विधेया (प्र० ३१)। इत्थं △अ इ उ=△च ग उ प इति स्यात्।

उपपत्तिः—∵ ग उ, अ प रेखे समानान्तरे तथा इ ग=ग उ, ∴△ अ इ ग = △ अ ग उ (प्र० ३८)। अत एव अ इ उ त्रिभुजं अ ग उ त्रिभुजाद् द्विगुणम्। अत्रैकस्मिन्नेव ग उ आधारे, इ उ, अ प समानान्तर-रेखयोर्मध्ये च ग उ प समानान्तरचतुर्भुजम् अ ग उ त्रिभुजं च तिष्ठति, अतः □ च ग उ प = २×△अ ग उ (प्र० ४१)।

∴△अ इ उ=२×△अ ग उ, तथा △ च ग उ प×२△अ ग उ, ∴△अ इ उ□च ग उ प। तत्र समानान्तरचतुर्भुजे ∠उ ग च=∠क, अतः च ग उ प तादृक् समानान्तरचतुर्भुजं सम्पन्नं, यच्च अ इ उ त्रिभुजेन समानमस्ति, तदेककोणश्च अभीष्टेन क कोणेन तुल्यमिति निष्पन्नम्।

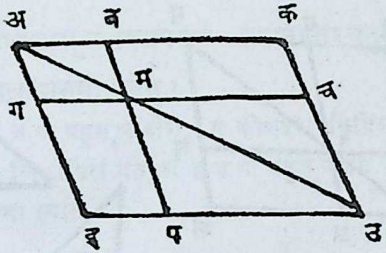
४३. त्रिचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—समानान्तरचतुर्भुजे कर्णाश्रितं समानान्तरचतुर्भुजं विहाय अवशिष्टं समानान्तरचतुर्भुजद्वयं परस्परं समान भवेत्।

विशे०—अ इ उ क समानान्तरचतुर्भुजस्य अ उ कर्णः, तत्र म ब, प च कर्णाश्रितचतुर्भुजं विहाय अवशिष्टम् इ म, म क समानान्तरचतुर्भुजद्वयं परस्परं तुल्यं स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उपपत्तिः—अ उ कर्णरेखया अ इ उ क समान्तरचतुर्भुजमर्धं क्रियते, ∴ △अ इ उ = अ क उ (प्र० ३४)। एवमेव अ म कर्णेन अ ग म ब समान्तरचतुर्भुजमर्धं क्रियते, ∴ △अ ग म = △अ ब म। एवमेव △ म प उ = △ म च उ। ∴ △अ ग म + △ म प उ = △अ ब म + △ म च उ। ∵ △अ इ उ = △अ क उ ∴ □ इ म = □ म क इति यथोक्तं निष्पन्नम्।

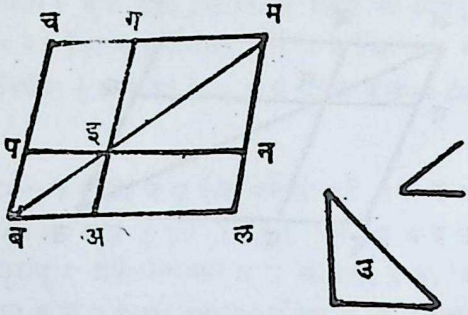
४४. चतुश्चत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टरेखोपरि अभीष्टत्रिभजसममेकं समानान्तरचतुर्भुजं विधेयं, यस्यैककोणः निर्दिष्टकोणसमानो भवेत्।

विशे०—अ इ रेखा, उ त्रिभुजं क कोणश्चाभीष्टः। अ इ रेखोपरि उ त्रिभुजसममेकं समानान्तरचतुर्भुजं विधेयमस्ति यस्यैकः कोण क कोणतुल्यः स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—उ त्रिभुजतुल्यम् इ ग च प समानान्तर चतुर्भुजं कार्यं यस्यैकः ग इ प कोणः क कोणसमोभवेत् (प्र० ४२)। क्षेत्रमिदं तथा स्थाप्यं यथा अ इ, इ ग रेखे एकस्यामेव रेखायां भवेताम् (सि० ७)। च प रेखां ब चिह्नावधिवर्धयित्वा इ प अथवा ग च समानान्तरा अ ब रेखा कार्या (प्र० ३१), पुनः ब इ रेखा विधेया।

ब च रेखा अ ब, ग च समानान्तररेखयोरुपरि पतति, ∴ ∠ अ ब च + ∠ब च ग = १८०°, समकोणद्वयम्, (प्र० २९) परन्तु इ ब च, ब च इ कोणयोर्योगः समकोणाभ्यां न्यूनः, अतः ब इ, च ग रेखे मिथो वर्धिते म बिन्दौ मिलिते। पुनः म अ अथवा च ब समानान्तरा म ल रेखा कार्या (प्र० ३१)। ब अ, प इ रेखे ल, न बिन्दुं यावत् वर्धनीये।

उपपत्तिः—च ब ल म समानान्तरचतुर्भुजे ब म कर्णलग्नं अ प, न ग समान्तरचतुर्भुजमपहाय ल इ, इ च शेषसमान्तरचतुर्भुजं तुल्यम् (प्र० ४३)। ∵ □ इ च = △ उ, ∴ □ ल इ = △ उ, ∵ ∠ प इ ग = ∠ अ इ न (प्र० १५), तथा ∠ प इ ग = ∠ क, ∴ ∠ अ इ न = ∠क, इति। अतः अ इ रेखोपरि अ इ न ल समानान्तरचतुर्भुजं उ त्रिभुजतुल्यं संपन्नम्, यस्य अ इ न कोणः क कोणेन तुल्योस्ति।

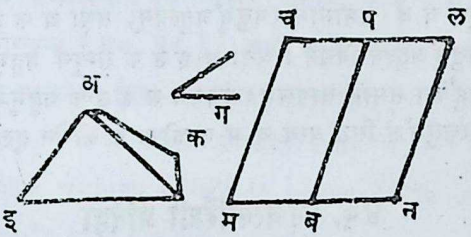
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

४५. पञ्चचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

समा०—अभीष्टबहुभुजक्षेत्रसममेकं समानान्तरचतुर्भुजं कर्तव्यं, यस्यैककोणः निर्दिष्टकोणसमो भवेत्।

विशे०—अ इ उ क बहुभुजं क्षेत्रं, ग कोणश्च निर्दिष्टः। एकं तादृशं समानान्तचतुर्भुजं चिकीर्षितं यत् अ इ उ क बहुभुजसमं भवेत्। तस्यैककोणो ग कोणेन समः स्यात्।



इति क०—अ उ रेखा त्रिधेया। अ इ उ त्रिभुजतुल्यं च ब समानान्तरचतुर्भुजं कार्यं यस्य ∠ च म ब = ∠ ग भवेत् (प्र० ४२)। प ब रेखोपरि अ क उ त्रिभुजतुल्यं प न समानान्तरचतुर्भुजं कार्यं यस्य ∠ प ब न = ∠ ग भवेत् (प्र० ४४)। एवं △ च म न ल इष्ट समानान्तरचतुर्भुजं जायते।

उपपत्तिः—∵ ∠ग = ∠ म ब = ∠प ब न ∴ ∠ च म ब = ∠प ब न। इह उभयत्र ∠प ब म योज्यते तदा, ∠च ब म + ∠प ब म = ∠प ब न + ∠प ब म, ∴ ∠च म ब + ∠प ब म = समकोणद्वयम् (प्र० २९), ∴ ∠प ब न + ∠प ब म = समकोणद्वयम्। ब प रेखायाः ब बिन्दौ ब म, ब न रेखयोर्योगेन संलग्नकोणौ समकोणद्वयतुल्यौ, अतः ब म ब न रेखे एकस्यामेव रेखायां तिष्ठतः (प्र० १४)। ब प रेखा म न, च प समानान्तररेखयोरुपरि पतति, अतः न ब प, ब प च एकान्तरकोणौ तुल्यौ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

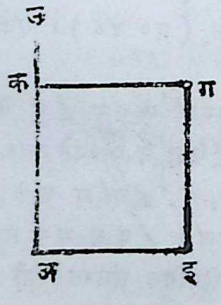
(प्र० २९)। तयोर्यदि ब प ल कोणो योज्यते तदा ∠न ब प + ∠ ब प ल = ∠ब प च + ∠ब प ल। ∵ ∠न ब प + ∠ब प ल = समकोण-द्वयम्, ∴ ∠ब प च + ∠ब प ल = समकोणद्वयम्। अत एव च प, प ल रेखे एकस्यामेव रेखायां स्तः (प्र० १९)।

अथात्र म च रेखा ब प समान्तरा सा तु, न ल रेखया समान्तरा, एवं म च, न ल रेखेऽपि समानान्तरे (प्र० ३०)। तथा म न, च ल रेखेऽपि समानान्तरे (प्र० ३४)। अतः म च ल न समानान्तरचतुर्भुजं जातम्। अ इ उ त्रिभुजं च व समानान्तरचतुर्भुजतुल्यम्, तथा अ क उ त्रिभुजं प न समानान्तरचतुर्भुजतुल्यं विद्यते। अतः अ इ उ क सम्पूर्णं बहुभुजं म च ल न समस्तेन चतुर्भुजेन समानं सम्पन्नम्। एवमत्र अ इ उ क बहुभुजतुल्यं म च ल न समानान्तरचतुर्भुजं सिद्धं यस्य च म न कोणः ग कोणेन तुल्योऽस्ति।

४६. षट्चत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टरेखोपरि वर्गक्षेत्रं कर्तव्यम्।

विशे०—निर्दिष्टा रेखा अ इ अस्या उपरि वर्गक्षेत्रं कर्तव्यमस्ति।



इति क०—अ इ रेखायाः अ बिन्दुतो अ उ लम्बं कृत्वा (प्र० ११) अ इ रेखातुल्या अ क रेखा विधेया (प्र० ३)। अ इ रेखायाः समानान्तरा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

क बिन्दुतः क ग रेखा, तथा अ क रेखायाः समानान्तरा इ बिन्दुतो इ ग रेखा विधेया (प्र० ३१)।

उपपत्तिः—यतः अ क ग इ समानान्तरचतुर्भुजमतः सम्मुखस्थौ भुजौ तुल्यौ (प्र० ३४), अर्थात् अ इ = क ग, अ क = ग इ, पुनरत्र अ इ = अ क अतः सर्वे चत्वारो भुजाः परस्परं तुल्याः भवन्ति (स्व० १)। यतः अ क रेखा अ इ, क ग समानान्तर रेखयोरुपरि लगति, अतः ∠इ अ क + ∠ अ क ग = समकोणद्वयः (प्र० २९)। अत्र ∠इ अ क समकोणः अतः ∠अ क ग अपि समकोणः (स्व० ३)। समानान्तरचतुर्भुजे सम्मुखकोणयोः स्तुल्यत्वात् अ इ ग, इ ग क कोणौ समकोणौ (प्र० ३४)। एवमत्र क्षेत्रे चत्वारोऽपि कोणाः समाख्याः। भुजानां तुल्यता पूर्वमेव जाता, अतः अ इ निर्दिष्टरेखोपरि अ क ग इ वर्गक्षेत्रं निष्पन्नम्।

अनुमानम्—समानान्तरचतुर्भुजे यत्रैककोणः समकोणस्तत्र सर्वे कोणाः समकोणाः भवन्ति।

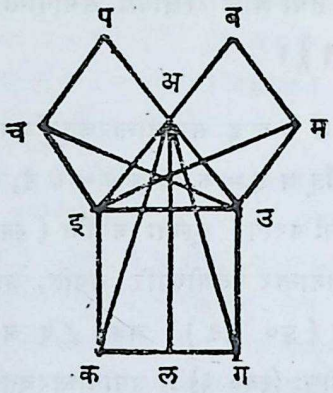
४७. सप्तचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—जात्यत्रिभुजे भुजकोटिवर्गयोगः कर्णवर्गसमो भवति।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे अ कोणः समकोणस्तदा अ इ, अ उ भुजकोट्योः वर्गयुतिः इ उ कर्णवर्गसमाना (अ इ^2 + अ उ^2 = इ उ^2) स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—इ उ, अ इ, अ उ रेखाणामुपरि क्रमेण इ क ग उ, अ प च इ, अ ब म उ वर्गक्षेत्राणि कृत्वा (प्र० ४६), इ क रेखाया अथवा उ ग रेखाया समानान्तरा अ ल रेखा विधेया (प्र० ३१)। तत्पश्चात् अ क, उ च रेखे विधेये।

उपपत्तिः—अ प्रान्ते उ अ, प अ रेखयोः संलग्नत्वात् प अ, अ उ रेखे एकस्यां रेखायां तिष्ठतः (प्र० १४)। एवमेव इ अ, अ ब रेखे अन्येकस्यां रेखायामासाते। अथ ∠क इ उ = ∠च इ अ, समकोणत्वात्। अत्र ∠अ इ उ योगेन, ∠अ इ क = ∠च इ उ। अत्र अ इ क, च इ उ त्रिभुजयोः अ इ = च इ, इ क = इ उ, ∠अ इ क = च इ उ, अतस्त्रिभुजौ परस्परं तुल्यौ सिद्धौ (प्र० ४)। इ क आधारे, इ क, अ ल समानान्तररेखमोर्मध्ये वर्तमानत्वात् इ ल समानान्तरचतुर्भुजं अ इ क त्रिभुजाद्द्विगुणम् (प्र० ४१) एवमेव इ प वर्गक्षेत्रं च इ उ त्रिभुजाद्द्विगुणं, द्वयोः च इ आधारे विद्यमानत्वात् च इ, प उ समानान्तररेखयोर्मध्यवर्तित्वाच्च।

∴ △अ इ क = △च इ उ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

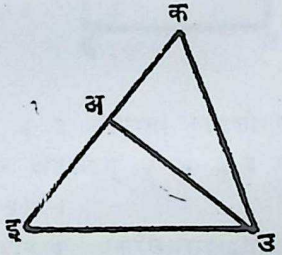
∴अ इ क × २ = □इ ल = च इ उ × २ = □इ प (स्व० ६)। अर्थात् □इ ल = □इ प।

एवमेव अ ग, इ म रेखयोः करणेन उ ल समानाग्तरचतुर्भुजं उ ब वर्गक्षेत्रेण समानं सिद्ध्यति। अतः इ क ग उ संपूर्णवर्गक्षेत्रम् इ प, उ ब वर्गक्षेत्रयोर्योगेन तुल्यम्। परन्तु इ प, उ ब, इ ग वर्गक्षेत्राणि क्रमेण अ इ, अ उ, इ उ रेखासु विहितानि तस्मात् अ इ, अ उ वर्गयोगः इ उ वर्ग तुल्यो जातः। एवं अ इ^2 + अ उ^2 = इ उ^2, इति सिद्धम्।

४८. अष्टचत्वारिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—यस्मिन् त्रिभुजे द्वयोर्भुजयोर्वर्गयोगः तृतीयभुजवर्गसमानस्तत्र भुजद्वयमध्यगतकोणः समकोणो भवेत्।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजे अ इ, अ उ भुजयोर्वर्गयोगः इ उ भुजवर्ग समस्तदा इ अ उ कोणः समकोणो भवेत्।



इति क०—अ उ भुजस्य अ विन्दुत क अ लम्बं विधाय (प्र० ११) अ इ रेखातुल्यम् अ क खण्डं विधेयम् (प्र० ३), क उ रेखा कार्या।

उपपत्तिः—अ क भुजः = अ इ भुजः, ∴अ क भुजवर्गम् = अ इ भुज-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

वर्गम्। अत्र यदि अ उ वर्गो योज्यते तदा, अ क^2 + अ उ^2 = अ इ^2 + अ उ^2 (स्व० २), क अ उ कोणस्य समकोणत्वात् क उ^2 = अ क^2 + अ उ^2 (प्र० ४७)। तथैव इ उ^2 = अ इ^2 + अ उ^2। अतः क उ^2 = इ उ^2, अतः क उ = इ उ अस्ति △क अ उ, △इ अ उ मध्ये, अ क = अ इ, क उ = इ उ, तथा अ उ भुजोभयनिष्ठः। अतः ∠क अ उ = इ अ उ (प्र० ८) तत्र ∠क अ उ समकोणोऽतः ∠इ अ उ अपि समकोण सिद्धमिति शम्।

—: * :—

Nepal Sanskrit University, Balméeki Campus, Kathmandu

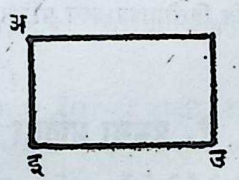
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ द्वितीयाऽध्यायः

(परिभाषाः)

१. ताभ्यामेव रेखाभ्यां समकोणसमानान्तरचतुर्भुजमुत्पद्यते, ययोः संलग्नबिन्दौ समकोणो भवेत् ।

अत्र रेखाभ्यां समकोणसमानान्तरचतुर्भुजस्य यदुत्पादनं तस्यैवात्र प्रयोजनम् । समकोणचतुर्भुजस्य क्षेत्रफलं समकोणोत्पादकरेखयोर्घातसमानं भवति ।



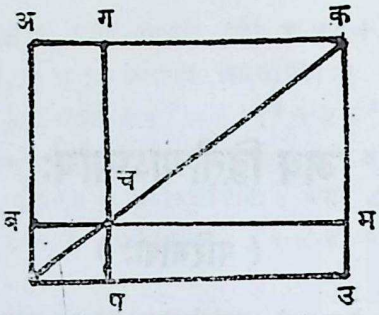
अथात्र अ इ, इ उ रेखाभ्यां यत्समकोणसमानान्तरचतुर्भुजमुत्पद्यते तच्चतुर्भुजमथवा तस्य क्षेत्रफलम् अ इ, इ उ घात समं भवति । अर्थात् अ उ = अ इ × इ उ इति ।

कोणोत्पादकरेखयोर्मध्ये एकरेखाग्राद्द्वितीयरेखासमानान्तररेखोत्पादनेन तत्क्षेत्रोत्पत्तिर्भवति ।

२. समानान्तरचतुर्भुजे कस्यचन कर्णाश्रितसमानान्तरचतुर्भुजस्य शेषसमानान्तरचतुर्भुजयोश्च योगो मापकशब्देन बोध्यते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



यथा अ उ समानान्तरचतुर्भुजे ब प कर्णाश्रितचतुर्भुजमस्ति। अ च च उ, शेषसमानान्तरचतुर्भुजे स्तः। एतेषां योगस्य 'मापक' संज्ञा भवति। यथा □ अ च + □ ब प + □ च उ = मापकः। अयं मापको लाघवाय अ प म वर्णैः ग ब उ वर्णैर्वा कथ्यते।

३. रेखा यस्यां बिन्दौ छिद्यते सा भागबिन्दुरित्युच्यते।

॥ इति द्वितीयाध्यायस्य परिभाषाः ॥

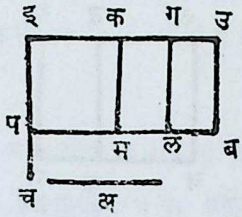
१. प्रथमा प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टरेखयोर्द्वयोर्मध्ये यदि एकस्या इष्टानि खण्डानि क्रियन्ते तदा प्रत्येकखण्ड-द्वितीयरेखाघातयोगो निर्दिष्टरेखाद्वयघातसमो भवति।

विशे०—अ, इ उ रेखाद्वयमध्ये इ उ रेखा क ग बिन्दौ छिन्ना, तदा अ, इ उ रेखाभ्यां यत्समकोणसमानान्तरचतुर्भुजमुत्पत्स्यते तत् अ, इ क; अ, क ग; अ, ग उ; रेखाभ्यां यानि समकोणसमानान्तरचतुर्भुजान्युत्पत्स्यन्ते, तद्योगतुल्यं भविष्यति। अर्थात् अ × इ उ = अ × इ क + अ × क ग + अ × ग उ इति स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—इ उ रेखायाम् इ बिन्दुतः इ च लम्बं विधाय (१।११) ततः अ रेखा समाना इ प रेखा कार्या (१।३), इ उ समानान्तरा प ब रेखा कार्या (१।३१)। इ प समानान्तराः क म, ग ल, उ ब रेखा विधेयाः।

उपपत्तिः—इ ब समकोणसमानान्तरचतुर्भुजम् अर्थात् आयतक्षेत्रमस्ति, इदं क्षेत्रं इ म, क ल, ग ब, आयतानां योगतुल्यम्। ∵ इ ब आयतं इ प, इ उ रेखाभ्यामुत्पद्यते, यत्र इ प रेखा अ तुल्या ∴ आयतक्षेत्रपरिमाणया इ ब = अ × इ उ, इति।

इ म आयतम् इ प, इ क रेखाभ्यां जायते तथात्र इ प = अ, अतिः इ म = इ क × अ, इति।

क ल आयतं क म, क ग रेखाभ्यां जायते, अत्र क म = इ प (१।३४), इ प = अ, अतः □ क ल = अ × क ग। एवमेव ग ब आयतक्षेत्रमपि अ × ग उ समानं सिद्ध्यति। अतः, अ × इ उ = अ × इ क + अ × क ग + अ × ग उ, इति सिद्धम्।

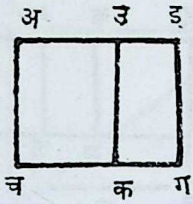
२. द्वितीया प्रतिज्ञा

सामा०—यद्यभीष्टरेखाया यथेष्टं खण्डद्वयं विधीयते, तदा प्रत्येकखण्डाभीष्टरेखाघातयोगो अभीष्टरेखावर्गतुल्यो भवति।

विशे०—अभीष्टा रेखा अ इ, अस्या उ चिह्ने खण्डद्वयं कृतं, तदा अ इ × अ उ + अ इ × उ इ = अ इ² स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



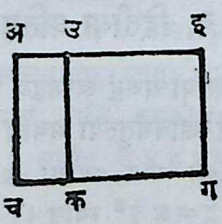
इति क०—अ इ रेखोपरि अ क ग इ वर्गक्षेत्रं कार्यम् (प्र० १।४६), अ क रेखाया इ ग रेखाया वा समान्तरा उ च रेखा विधेया (१।३१)।

उपपत्तिः—अ ग क्षेत्रम्=अ च+उ ग=अ इ वर्गसमानम्। अ च आयतम् अ क, अ उ रेखाभ्यां समुत्पन्नम्, तत्र अ क रेखा अ इ तुल्या, अतः अ च आयतम्=अ इ×अ उ। उ ग आयतम् इ ग, उ इ रेखाभ्यां समुत्पन्नम्, तत्र इ ग=अ इ, अतः उ ग आयतम्=उ इ×अ इ। अतोऽत्र □अ च+□उ ग=□अ ग=अ इ×अ उ+अ इ×उ ई=अ इ^2, इति सिद्धम्।

३. तृतीया प्रतिज्ञा

सामा०—यद्यभीष्टरेखायाः खण्डद्वयं क्रियते, तदाभीष्टरेखैकखण्डयोर्घातस्तदेकवर्गयुक्तेन खण्डद्वयघातेन तुल्यो भवति।

विशे०—अ इ रेखायाः उ चिह्ने खण्डद्वयं क्रियते तदा अ इ×उ इ=अ उ×उ इ+उ इ^2, इति भविष्यति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—इ उ रेखोपरि उ क ग इ वर्गक्षेत्रं कृत्वा (१।४६), ग क रेखां च बिंदुं यावत् वर्धयित्वा उ क अथवा इ ग रेखायाः समानान्तरा अ च रेखा कार्या ।

उपपत्तिः—□अ ग = □अ क + □उ ग । अ ग आयतक्षेत्रम् अ इ, इ ग रेखाभ्यामुत्पद्यते, तत्र इ ग = उ इ, अतः अ ग = अ इ × उ इ इति सिध्यति । अ क आयतम् अ उ, उ क रेखाभ्यामुत्पद्यते यत्र उ क = इ उ, अतः अ क = अ उ × इ उ, इति ।

इ क क्षेत्रम् उ इ वर्गं समानमस्ति अतः अ इ × इ उ = अ उ × उ इ + इ उ इति सिद्धम् ।

४. चतुर्थी प्रतिज्ञा

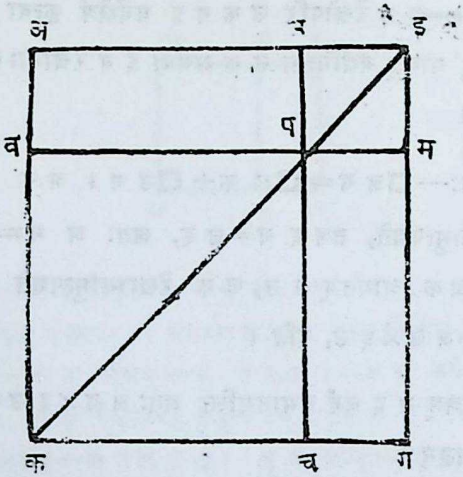
सामा०—यद्यभीष्टरेखायाः खण्डद्वयं क्रियते, तदा तत् खण्डद्वयवर्गौ द्विघ्न-तत्खण्डद्वय-घातयुक्तोऽभीष्टरेखावर्गसमानो भवति ।

विशे०—अ इ अभीष्टा रेखा; यस्या उ चिह्ने खण्डद्वयं क्रियते, तदा अ इ वर्गः अ उ, इ उ खण्डयोर्वर्गयोगेन अ उ खण्डयोर्द्विघ्नघाताढ्येन समानः स्यात् ।

अर्थात् अ इ^2 = अ उ^2 + उ इ^2 + अ उ × उ इ × २, इति स्यात् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—अ इ रेखोपरि अ क ग इ वर्गक्षेत्रं कृत्वा (१।३६), इ क कर्णरेखा विधेया। अ क अथवा इ ग रेखायाः समानान्तरा उ प च रेखा कार्या (१।३१), अ इ अथवा क ग रेखासमानान्तरा ब प म रेखा विधेया।

उपपत्तिः—इ क रेखा उ च, अ क समानान्तररेखयोरुपरि पतत्यतः इ प उ वाह्यकोणः=इ क उ अन्तःकोणः (१।२९), किन्तु, अ इ, अ क भुजयोस्तुल्यत्वात् (प० ३०) ∠अ क इ=∠अ इ क (१।५), अतः ∠इ प उ=∠उ इ प, तस्मात् उ इ=उ प (१।६)। ∵उ इ=प म, उ प=इ म (१।३४), ∴ इ उ=उ प=प म=म इ, अतः उ प म इ सममुजं क्षेत्रं जातम्।

च इ उ रेखा उ प, इ म समानान्तररेखयोरुपरि पतत्यतः ∠म इ उ + ∠प उ इ=समकोणद्वयः (१।२९) म इ उ कोणस्य समकोणत्वात् प उ इ कोणोऽपि तादृशः। एतयोः सम्मुखस्थौ उ प म, प म इ कोणावपि समकोणकौ (१।३४), अतः उ प म इ क्षेत्रं समकोणकं सम्पन्नम्। अस्य सममुजत्वं तु पूर्वं प्रतिपादितमतो उ प म इ वर्गक्षेत्रं जातम् (प० ३०)।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

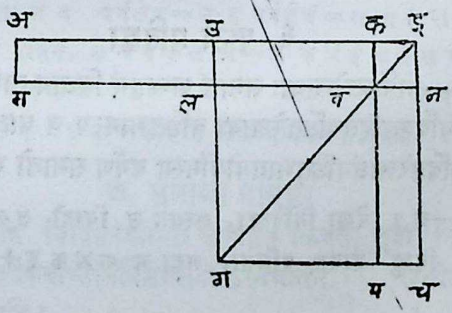
एवमेव व क च प क्षेत्रस्यापि वर्गत्वं सिद्ध्यति, इदं ब प रेखोपरि वर्तते, यतः ब प=अ उ, अतः ब क, च प क्षेत्रं अ उ रेखायाः वर्गभूतम् । उ इ रेखायाः वर्गभूतं उ प म इ क्षेत्रं तु संसाधितमेव ।

अ प, प ग शेषसमानान्तरचतुर्भुजे मिथः समावे (१।४३), तत्र अ प= अ उ×उ प । ∵उ प=उ इ ∴अ प=अ उ×उ इ । एवमेव प ग क्षेत्रमपि=अ उ×उ इ, ∴अ प+प ग=२×अ उ×उ इ । ∵ब च= अ उ^2, उ म=अ इ^2 ∴अ प+उ म+ब च+प ग=अ उ^2+उ इ^2+ २×अ उ×उ इ=अ ग क्षेत्रम्=अ इ^2, इति प्रतिज्ञोक्तं सिद्धम् ।

५. पञ्चमी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि निर्दिष्टरेखायाः समानमसमानं च खण्डद्वयं क्रियते तदा असमानखण्डद्वयघातो भागबिन्दुद्वयमध्यवर्तिरेखावर्गयुक्तो निर्दिष्टरेखार्धवर्गसमानो भवति ।

विशे०—अ इ रेखा निर्दिष्टा, यस्याः उ विन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं तथा क विन्दौ अतुल्यं खण्डद्वयं च कृतम्, तदा अ क×क इ+उ क^2=उ इ^2, इति भवेत् ।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—उ इ रेखोपरि उ ग च इ वर्गक्षेत्रं कृत्वा (१।४६) इ ग कर्ण रेखा कार्या इ च अथवा उ ग रेखासमानान्तरा क व प रेखा विधेया (१।३१), पुनः उ इ अथवा ग च रेखायाः समानान्तरा म ल ब न रेखा कार्या। उ ल अथवा इ न रेखासमानान्तरा अ म रेखा कार्या।

उपपत्तिः—□उ व=व च (१।४३), उभयोर्मध्ये क न क्षेत्रं योज्यते योज्यते तदा उ न=क च। ∵अ उ=उ इ ∴अ ल=उ न=क च (१।३६), तयोर्मध्ये उ व योजनेन—अ व=क च+उ व।

अ व क्षेत्रं अ क, क व रेखाभ्यां समुत्पद्यते तत्र क व=क इ (२।४), अतः अ व=अ क×क इ। अत्र ल प वर्गक्षेत्रस्य योगेन अ क×क इ+ ल प=उ व+क च+ल प=उ च। ∵ल प वर्गक्षेत्रम्=ल व^2=उ क^2। ∴अ क×क इ+उ क^2=उ इ^2 यतो उ च=उ इ^2 इत्यस्ति। अतो यथोक्तमुपन्नम्।

अनुमानम्—रेखयोर्वर्गान्तरं तद्योगान्तरघातसमं भवति।

यथा, प्रकृतक्षेत्रे उदाहरणम्—

अ क×क इ+उ क^2=उ इ^2।

समशोधनेन अ क×क इ=उ इ^2—उ क^2

=(उ इ+उ क)×(उ इ — उ क)=उ इ^2 — उ क^2, इति सिद्धम्।

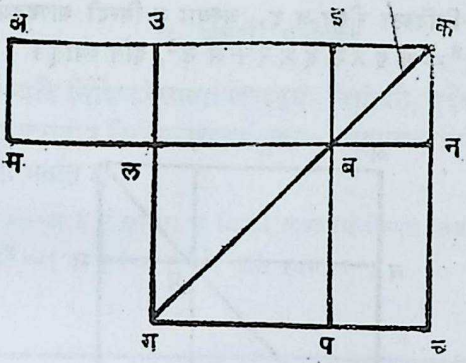
६. षष्ठी प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टरेखायाः समानं खण्डद्वयं विधाय तामिष्टबिन्दुं यावत् वर्धयेत्तदा निर्दिष्टसहितवर्धितरेखाया वर्धितभागस्य च घातो निर्दिष्टरेखार्ध-वर्गयुक्तो निर्दिष्टरेखार्धवर्धितभागयोर्योगस्य वर्गेण समानो भवति।

विशे०—अ इ रेखा निर्दिष्टा, अस्याः उ बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं कृतं, सा रेखा क बिन्दुं यावत् वर्धिता, तदा अ क×क इ+उ इ^2=उ क^2, स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—उ ग च क वर्गक्षेत्रं उ क रेखोपरि निर्माय (१।४६) क ग कर्णरेखा कार्या, उ ग अथवा क च समानान्तरा इ प रेखा विधेया (१।३१), पुनः अ क अथवा ग च समानान्तरा तथैव म न रेखा कार्या। एवमेव उ ल अथवा क न समानान्तरा अ म रेखा निर्मेया।

उपपत्तिः—∵अ उ=उ इ ∴अ ल=उ व (१।३६)। ∵उ ब=ब च (१।४३) ∴अ ल=ब च (स्व० १), अनयोर्मध्ये उ न क्षेत्रं योज्यते तदा, अ ल+उ न=उ न+ब च=अ न=उ न प मापक क्षेत्रम्। ∵इ क=क न ∴अ न आयतक्षेत्रम्=अ क×क इ=उ न प—(२।४)। उ इ=ल व, अतः ल व वर्गक्षेत्रं=उ इ वर्गक्षेत्रं=ल प (२।४) उ न प क्षेत्रे ल प क्षेत्रस्य योगेन, उ न प+ल प=अ क×इ क+ल प=उ ग च क क्षेत्रम्=उ क^2=अ क×इ क+ल प। यतः ल प=ल व^2=उ इ^2, अतः; उ क^2=अ क×इ क+उ इ^2, इति प्रतिज्ञोक्तं सिद्धम्।

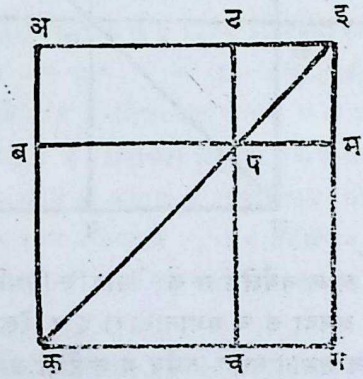
७, सप्तमी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि निर्दिष्टरेखायाः खण्डद्वयं क्रियते, तदा निर्दिष्टरेखैकखण्डयोर्वर्गयोगस्तदेकखण्डनिर्दिष्टरेखयोर्द्विघ्नघातेन द्वितीयखण्डवर्गाढ्येन समानो भवति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—निर्दिष्टा रेखा अ इ, अस्याः उ बिन्दौ खण्डद्वयं क्रियते तदा अ इ^2 + उ इ^2 = अ इ × उ इ × २ + अ उ^2, इति स्यात् ।



इति कर्तव्यता—अ इ रेखोपरि अ क ग इ वर्गक्षेत्रं निर्माय (१।४६) क इ कर्ण रेखा कृत्वा अ इ समानान्तरा व म तथा इ ग समानान्तरा उ च रेखा विधेया ।

उपपत्तिः—अ प = प ग (१।४३), तत्र उ म क्षेत्रस्य योगेन अ म = उ ग; अतः अ म + उ ग = २ अ म । ∴ अ म + उ ग = अ म + प ग + उ म = २ × अ म । २ × अ म = २ × अ इ × इ म, अथवा २ अ म = २ × अ इ × उ इ, अनयोर्मध्ये यदि अ उ वर्गभूतं व च क्षेत्रं योज्यते तदा, २ × अ इ × उ इ + अ उ^2 = अ म + म च + उ म + व च ।

∵ अ म + म च + व च + उ इ = अ क ग इ सम्पूर्णं क्षेत्रं + उ म = अ इ^2 + उ इ^2 ।

∴ अ इ^2 + उ इ^2 = २ × अ इ × उ इ + अ उ^2, इति सिद्धम् ।

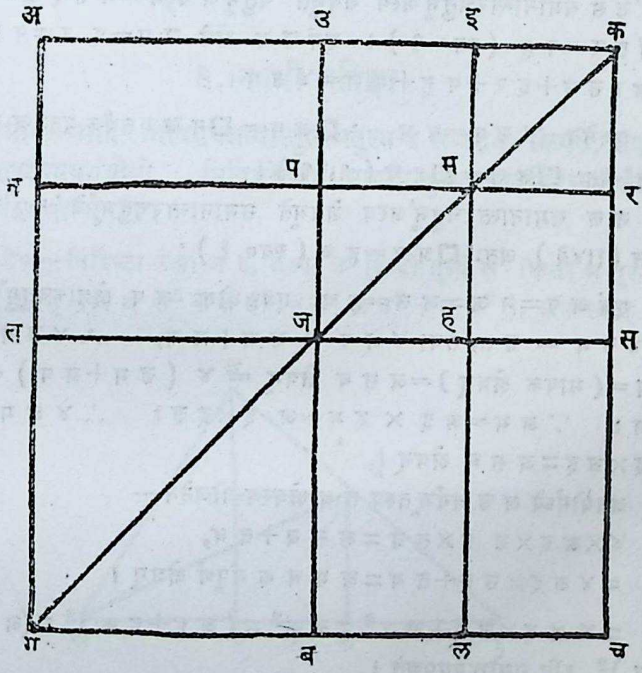
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

८. अष्टमी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि निर्दिष्टरेखायाः खण्डद्वयं विधीयते, तदैकखण्डनिर्दिष्टरेखयोश्चतुर्गुणघातो द्वितीयखण्डवर्गयुक्तः प्रथमखण्डनिर्दिष्टरेखायोगवर्गेण समानो भवति।

विशेषो०—अ इ रेखायाः उ विन्दौ खण्डद्वयं क्रियते, तदा ४ × अ इ × उ इ + अ उ² = (अ इ + उ इ)², इति स्यात्।



इति कर्तव्यता—अ इ रेखा इ दिशि क विन्दुं यावत् वर्धनीया, ततः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इ क रेखा उ इ तुल्या कार्या (१।३)। अ क रेखायाम् अ ग च क वर्गक्षेत्रं कृत्वा (१।४६) क ग कर्णं रेखा विधेया। अ ग अथवा क च समानान्तरे उ ब, इ ल रेखे विधेये (१।३१) एवमेव अ क अथवा ग च समानान्तरे न र, त स रेखे कार्ये।

उपपत्तिः—उ इ=इ क, तथा उ इ=प म, इ क=म र (१।३४), अतः प म=म र (स्व० १), एवमेव ज ह=ह स। □उ म=□ इ र, □प ह=□म स (१।३६)।

उ स समानान्तरचतुर्भुजस्य शेषभूते चतुर्भुजे उ म=भ स (१।४३), इत्थं इ र=प ह (स्व० १)। एवं उ म क्षेत्रे उ म=इ र=प ह=म स। उ म+इ र+प ह+म स=४ उ म।

एवमेव ∵ उ प=प ज ∴□अ प=□न ज। तथैव यतः ज ह=ह स, अतः □ज ल=□ह च (१।३६)।

न ल समानान्तरचतुर्भुजस्य शेषभूते समानान्तरचतुर्भुजे न ज=ज ल (१।४३), अतः □अ प=ह च (स्व० १)।

एवं अ प=न ज=ज ल=ह च, एषां योगः अ प क्षेत्राच्चतुर्गुणः। ∵ ४ उ म = उ स, तथा ४ अ प = अ ज+ज च, ∴ ४ उ म+४ अ प=(मापक क्षेत्रम्)=अ स ब क्षेत्रम् = ४ (उ म+अ प) = ४ अ म। ∵ अ म=अ इ × इ म=अ इ×इ उ। ∴ ४ अ म=४ अ इ×उ इ=अ स ब क्षेत्रम्।

अनयोर्मध्ये अ उ वर्गभूतस्य त ब क्षेत्रस्य योजनेन—

४×अ इ×उ इ×त ब=अ स ब+त ब,

=४ अ इ×उ इ+त ब=अ ग च क संपूर्णं क्षेत्रम्।

=४ अ इ×उ इ+अ उ^2=अ क^2=(अ इ+इ क)^2=(अ इ+इ उ)^2, इति यथोक्तमुपपद्यते।

अनुमानम्—रेखयोरन्तरवर्गयुतश्चतुर्गुणघातस्तद्योगवर्गं तुल्यो भवेत्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यथा—अत्र प्रतिज्ञायाम्, ४ अ इ × उ इ + अ उ^2 = अ क^2, इति सिद्ध्यति । ∵ अ उ = अ इ − उ इ, तथा अ क = अ इ + उ इ, ∴ ४ अ इ × उ इ + (अ इ − उ इ)^2 = (अ इ + उ इ^2), इति सिद्धम् ।

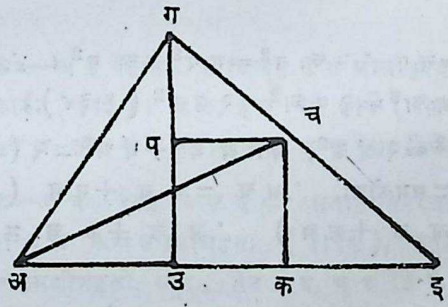
अनुमानम् (२)—कस्याश्चिदपि रेखाया वर्गः स्वार्धवर्गाच्चतुर्गुणो भवेत् ।

यथोदाहरणम्—कल्प्यते अ क रेखा = ८, तदा, अ क^2 = (८)^2 = ६४ = ४$\left(\frac{\text{अ क}}{२}\right)^2$ = ४$\left(\frac{८}{२}\right)^2$ = ४ (४)^2 = ४ × १६ = ६४, इति सिद्धम् ।

९. नवमी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि निर्दिष्टरेखायास्तुल्यमतुल्यञ्च खण्डद्वयं क्रियते, तदा अतुल्यखण्डद्वयवर्गयोगो निर्दिष्टरेखार्ध-भागबिन्दुद्वयमध्यवर्तिरेखयोर्वर्गयोगाद् द्विगुणो भवति ।

विशे०—निर्दिष्टा रेखा अ इ, अस्या उ बिन्दौ तुल्यं क बिन्दौ अ तुल्यं खण्डद्वयं कृतम् तदा अ क^2 + क इ^2 = २ (अ उ^2 + उ क^2), इति स्यात् ।



इति क०—अ इ रेखाया उ बिन्दुत उ ग लम्बं कृत्वा (१।११) सा

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उ ग रेखा अ उ अथवा उ इ तुल्या कार्या (१।३)। पुनः ग अ, ग इ रेखे कार्ये (सि० ७)। ग उ समानान्तरा क च (१।३१) तथा अ इ समानान्तरा प च रेखा विधेया। अ च रेखा रचनीया।

उपपत्तिः—∵अ उ = उ ग, ∴∠अ ग उ = ∠ग अ उ (१।५)। ∵∠ग उ अ = समकोणः, ∴∠अ ग उ + ∠ग अ उ = समकोणः। अनयोर्समत्वादर्धसमकोणकत्वं सिद्ध्यति। एवमेव उ ग, उ इ रेखायोर्साम्यात् ∠अ ग इ = उ इ ग = समकोणार्धः। अतः ∠अ ग उ + ∠उ ग इ = ∠अ ग इ = समकोणः।

अ इ, च प समानान्तरेखयोरुपरि ग उ रेखायोगात् बाह्यकोणः ग प च = अन्तःकोण ग उ इ (१।२९)। यतोऽन्तर्कोणः समाख्य अतो बाह्यकोणोऽपि समकोणतुल्यः। अवशिष्टः ग च प कोणोऽर्धसमकोणकः प ग च कोणस्य समकोणत्वं तु पूर्वं प्रतिपादितम्। यतः ∠ग च प = ∠प ग च, ∴प ग = प च (१।६), एवमेव क च = क इ इति भवति।

∵अ उ = उ इ ∴ अ उ^2 = उ इ^2, ∴अ उ^2 + उ इ^2 = २ अ उ^2।

∵अ उ ग = समकोणः, ∴अ ग^2 = अ उ^2 + उ ग^2 (१।४७) = २ अ उ^2।

∵ग प = च प ∴२ च प^2 = ग प^2 × च प^2। ∴∠ग प च = समकोणः ∴ ग च^2 = २ प च^2 = २ उ क^2 (१।३४)।

यतः अ ग^2 = २ अ उ^2, अतः अ ग^2 + ग च^2 = २ (अ उ + उ क) ∵∠अ ग च = समकोणः, ∴अ च = अ ग + ग च (१।४७)। ∴ अ च = २ (अ क + क च) ∴अ क + क च = २ (अ उ + उ क)।

∵क च = क इ ∴अ क + क इ = २ (अ उ + उ क), इति प्रतिज्ञोक्तं निष्पन्नम्।

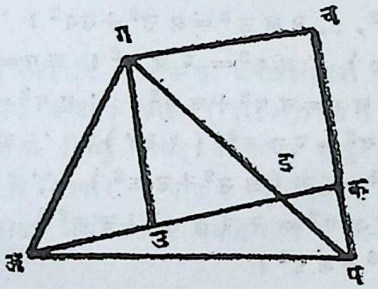
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१० दशमी प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टरेखायास्तुल्यं खण्डद्वयं कृत्वा तामिष्टबिन्दुं यावत् वर्धयेत्तदा वर्धितनिर्दिष्टरेखा—वर्धितभागयोर्वर्गयोगः, निर्दिष्टरेखार्ध—वर्धितनिर्दिष्टरेखार्धयोर्वर्गयोगाद् द्विगुणः स्यात् ।

विशे०—निर्दिष्टा रेखा अ इ, यस्याः उ बिन्दौ तुल्यद्वयं खण्डं कृतम्, अत्र सा रेखा क बिन्दुपर्यन्तं वर्धिता तदा, अक^2 + इक^2 = २ (अ उ^2 + उ क^2), इति भविष्यति ।



इति० क०—अ इ रेखायाः उ बिन्दुत उ ग लम्बं कृत्वा (१।११) सः उ इ तुल्यः कार्यः (१।३) । अ ग, इ ग रेखे कार्ये (सि० ७) तथा अ इ समानान्तरा ग च, तथा ग उ समानान्तरा क च रेखा विधेया (१।३१) ।

उपपत्तिः—ग च रेखा ग उ च क समानान्तररेखयोरुपरिपपतीति ∠ उ ग च + ग च क = समकोणद्वयः (१।२९), अतः ∠ इ ग च + ∠ ग च क = समकोणद्वतो न्यूनः, तेन ग इ, च क रेखे इ, क दिशि वर्धिते परस्परं मिलिष्यतः (स्व० १२), बर्धनेन ते प बिन्दौ मिलिते इति कल्प्यताम् । अ प रेखा कार्या ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∵ अ उ = अ ग, ∴ ∠ अ ग उ = ∠ उ अ ग (१।५) = ४५° (१।३२) एवं ∠ अ ग इ = ९०° समकोणः। ∵ ∠ ग इ उ = ४५°, ∠ क इ प = ४५° (१।१५)। अ क रेखा ग उ, च प समानान्तररेखाभ्यां संपातं करोत्यत एकान्तर कोणः इ क प = क उ ग (१।२९), क उ ग = समकोणोऽतः इ क प समकोणः। अवशिष्टः ∠ क प इ = ४५° (१।३२), ∵ ∠ क प इ = ∠ क इ प, ∴ क इ = क प (१।६)।

∠ ग प च = ४५°, तथा ग च प, ग उ क सम्मुखकोणतुल्यतया समकोणः (१।३४), अतोऽवशिष्टः ∠ च ग प = ४५° (१।३२) एवं, ∠ ग प च = ∠ च ग प ∴ च ग = च प (१।६)। अ उ = अ ग, ∴ अ उ² = उ ग², ∴ २ अ उ² = अ उ² + उग²। ∵ अ ग² = अ उ² + उ ग² (१।४७) ∴ अ ग² = २ अ उ²। च प = च ग, ∴ च प² = च ग², ∴ २ च ग = च प² + च ग²। ∵ ग प² = च प² + च ग², ∴ ग प² = २ ग च² = २ उ क² (१।३४)। ∵ अ ग² = २ अ उ², ∴ अ ग² + ग प² = २ (अ उ² + उ क²)। ∵ अ प² = अ ग² + ग प² (१।४७) ∴ अ प² = २ (अ उ² + उ क²) ∵ अ प² = अ क² + क प² = अ क² + क इ²।

∴ अ क² + क इ² = २ (अ उ² + उ क²), इति उपपन्नम्।

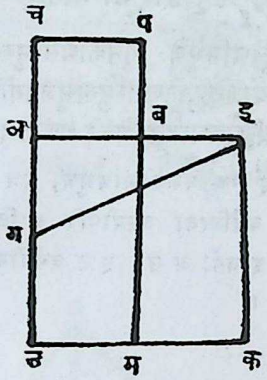
११ एकादशी प्रतीज्ञा

साभा० अभीष्टरेखायास्तादृशं खण्डद्वयं विधेयं यथैकखण्डाभीष्टरेखयोर्घातो द्वितीयखण्डवर्गसमानो भवेत्।

विशे०—अभीष्टा अ इ रेखा, अस्यास्तादृशं खण्डद्वयं करणीयं यदेकखण्डसमस्तरेखयोर्घातः द्वितीयखण्डवर्गेण समानो भवेत्

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिक०—अ इ रेखोपरि अ उ क इ वर्गक्षेत्रं कृत्वा (१।४६), अ उ भुजस्य ग बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं कार्यम् (१।१०), तत ६ ग रेखा कार्या। उ अ रेखाम् अ दिशि च बिन्दुं यावत् वर्धयित्वा ग इ तुल्या ग च रेखा कार्या (१।३)। अ च रेखोपरि अ च प व वर्गं विधेयम् (१।४६)। एवं ब बिन्दौ अ इ रेखाया अभीष्टखण्डं भवति। प ब रेखां म बिन्दुं यावत् वर्धनीया।

उपपत्तिः—यतः अ उ रेखा ग बिन्दौ अर्धिता, च बिन्दुं यावत् वर्धिता अतः (उ च × च अ) + अ ग^2 = ग च^2 (२।६), ∵ ग च = ग इ, ∴ ग च^2 = ग इ^2 = अ ग^2 + अ इ^2 (१।४७) = अ ग^2 + (अ च × उ च) उभयपक्षाभ्यां, अ ग^2 विशोधनेन—अ इ^2 = अ च × उ च। च म = उ प × च प = उ च × च अ। अ क = अ इ^2। ∴ च म = अ क। आभ्यां अ म खण्डस्य विशोधनेन, च ब = बक।

अत्र ब क = व इ × इ क = बइ × अ इ। तथा च ब = अ ब^2, ∴ अब^2 = अइ × बइ, इति सिद्धम्।

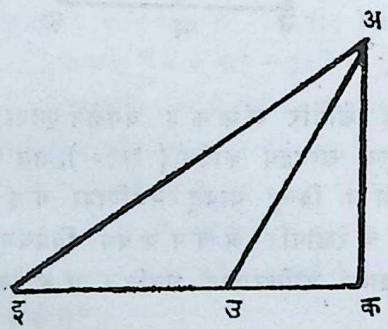
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१२ द्वादशी प्रतिज्ञा

सामा०—अधिककोणत्रिभुजे न्यूनकोणसम्मुखभुजं वर्धयित्वा तदुपरि लम्बो विधीयते, तदाऽधिककोणसम्मुखभुजवर्गोऽत्रशिष्टभुजद्वयवर्गयोगाद् भुज—तद्वर्धितभागयोर्द्विगुणघातेनाधिको भवति।

विशे०—△अउ इ=अधिककोणत्रिभुजं, यत्र ∠ अ उ इ अधिककोणः अत्र इ उ भुजं उ दिशि वर्धयित्वा अस्योपरि अ विन्दुत अ क लम्बो विधेयः (१।१२)। एवम् अ इ वर्गः अ उ, इ उ वर्गयोगात् इ उ, उ क द्विगुणघातेनाधिको भविष्यति।



उपपत्तिः—इ क^2=उ क^2+इ उ^2+२ इ उ×उ क (२।४) उभयत्र अ क^2, योज्यते तदा, अ क^2+इ क^2=अक^2+उ क^2+इ उ^2+२ इ उ×उ क। अत्र अ क^2+इ क^2=अ इ^2, तथा अक^2+उ क^2=अ उ^2 (१।४७), अनयोः स्वरूपस्थापनेन—अ इ^2=अ उ^2+इ उ^2+२ इ उ×उ क, इति सिद्धम्।

१३ त्रयोदशी प्रतिज्ञा

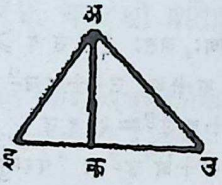
सामा०—क्वापि त्रिभुजे यदि न्यूनकोणोत्पादकभुजोपरि तत्संमुख-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF
प.न. 20868

कोणाल्लम्बो निपात्यते, तदा न्यूनकोणसंमुखभुजवर्गः शेषभुजद्वयवर्गयोगात् तद् भुजन्यूनकोणलम्बान्तर्वर्तिखण्डयोर्द्विगुणघातेन न्यूनो भवति ।

विशे०—अ इ उ त्रिभुजं यत्र इ कोणो न्यूनः । अस्योत्पादकभुजयोर्मध्ये इ उ भुजोपरि तत्संमुखात् इ अ उ कोणात् अ क लम्बः क्रियते (१।१२) तदा अ उ वर्गः अ इ, इ उ वर्गयोगात् उ इ, इ क द्विगुणघाततुल्यः न्यूनो भविष्यतीति ।



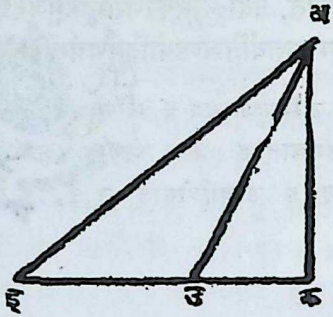
उपपत्तिः—यतः इ उ रेखा क बिन्दौ विभक्ताऽस्ति, अत एव, इ उ^2 + इ क^2 = २ इ उ × इ क + उ क^2 (२।७), उभयपक्षे अ क^2 योगेन, इ उ^2 + इ क^2 + अ क^2 = २ इ उ × इ क + उ क^2 + अ क^2, ∵ इ क^2 + अ क^2 = इ अ^2 तथा, उ क^2 + अ क^2 = अ उ^2, स्वरुपोत्थापनेन, ∴ इ उ^2 + इ अ^2 = २ इ उ × इ क + अ उ^2 ।

यतः शेषभुजयोर्वर्गयोगः (इ उ^2 + इ अ^2), न्यूनकोणसंम्मुखस्थितात् अ उ वर्गात्, २ × इ उ × इ क इति सहित एव तुल्यतां भजते, अत अ उ वर्गः इ उ, इ क द्विघ्नघातेन (२ इ उ × इ क) रहितः शेष भुजयोर्वर्गयोगान्न्यूनो जायते ।

द्वितीयप्रकारः—पूर्वं तु अ क लम्बं त्रिभुजाभ्यन्तरे पातयित्वा वासना कृता, संप्रति अ क लम्बो बहिर्कृत्वा साध्यते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



∠अ क उ = समकोणः, अतः ∠अ उ इ > समकोणान्महान् (१।१६) ∴अ इ^2 = २ इ उ × उ क + अ उ^2 + इ उ^2 (२।१२), उभयत्र इ उ^2 योज्यते तदा, अ इ^2 + इ उ^2 = २ इ उ × उ क + अ उ^2 + इ उ^2 = २ इ उ^2 + २ इ उ × उ क + अ उ^2 । परन्तु (२।३ प्रतिज्ञानुसारं) इ क × इ उ = इ उ^2 + इ उ × उ क । उभौ पक्षौ द्विघ्नौ तदा, २ इ क × इ उ = २ इ उ^2 + २ इ उ × उ क, उत्थापने—अ इ^2 + इ उ^2 = अ उ^2 + २ इ क × इ उ, अर्थात् अ उ वर्गः अ इ, इ उ वर्गयोगात् इ क, इ उ द्विगुणघातेन न्यून इत्युपपन्नम् ।

तृतीय-प्रकारः—जात्यत्रिभुजे कल्प्यते अ उ भूजः इ उ भुजोपरिलम्बः इ उ भुजश्च इ कोणस्य अ उ लम्बस्य चान्तर्वर्तते तदा क्षेत्रम्—

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∠अ इ उ = न्यूनकोणः, तथा ∠अ उ इ = समकोणः ।

∵ अ उ^2 = इ उ^2 + अ उ^2 (१।४७) अत्र इ उ^2 योज्यते तदा,

अ उ^2 + इ उ^2 = २ इ उ^2 + अ उ^2

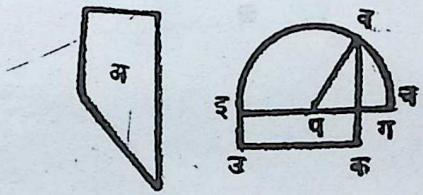
= २ इ उ × इ उ + अ उ^2 ।

एवमत्र अ उ वर्गः अ इ, इ उ वर्गयोगात् द्विगुणित इ उ वर्गेण न्यूनो जातः ।

१४. चतुर्दशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकं वर्गक्षेत्रं निर्दिष्टऋजुभुजक्षेत्रसमं कर्तव्यम् ।

विशे०—अ निर्दिष्टऋजुभुज (बहुभुज) क्षेत्रमस्ति, एतत्तुल्यमेकं वर्गक्षेत्रं निर्मातव्यम् ।



इति क०—अ क्षेत्रसमानं इ उ क ग समकोण समानान्तरजतुर्भुजं कार्यं (१४५) । अत्र यदि इ ग = ग क, तदा इदमेवनिर्दिष्टक्षेत्रम् ।

एतौ यदा न समौ तदा, इ ग भुजं च बिन्दुं यावत् कृत्वा ग च खण्डं ग क तुल्यं विधेयम् (१।३) । इ च रेखायाः प बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं कृत्वा (१।१०) प केन्द्रात् प इ त्रिज्यया इ व च वृत्तार्धं कार्यम् । क ग रेखा ग दिशि ब पर्यन्तं वर्धनीया । एवं ग व रेखोपरि जातं वर्गक्षेत्रं अ ऋजुभुज-तुल्यं भविष्यति । प व रेखा विधेया ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—इ च रेखायाः प बिन्दौ समानं, ग बिन्दौ असमानं खण्डं कृतम्। अतः प ग^2 + इ ग × ग च = प च^2 (२।५)।

∵ प च = प ब ∴ प च^2 = प व^2 = प ग^2 + ग व^2 (१।४७)।

∴ प ग^2 + इ ग × ग च = प ग^2 + ग व^2 ।

आभ्यां प ग^2 शोधनेन, इ ग × ग च = ग व^2 ।

अत्र इ क समानान्तरचतुर्भुजम् = इ ग × ग क = इ ग × ग च = ग व^2 । एवं इ क क्षेत्रं ग व वर्गतुल्यं सम्पन्नम्। यत इ क क्षेत्रं अ क्षेत्रेण समम् अतः ग व वर्गः अ क्षेत्रेण समं सिद्धमिति शिवम्।

॥ इति रेखागणिते द्वितीयाध्यायः ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ तृतीयाध्यायः

परिभाषाः

१—वृत्तस्य परिधेः खण्डं चापो भवति ।

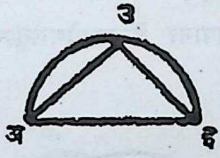
२—चापस्य एकप्रान्तादन्यप्रान्तगता रेखा पूर्णज्या कथ्यते ।

३—वृत्तार्धस्य चापोऽर्धपरिधिर्भवति ।

४—ज्यासहितं चापं चापक्षेत्रं निगद्यते ।

५—कस्मादपि चापनिष्ठचिह्नात्पूर्णज्याग्रद्वयगतरेखाभ्यां यः कोणो जायते, स चापान्तः कोणो भवति ।

यथा, अ इ उ चापक्षेत्रे ∠अ उ इ चापान्तः कोणः ।

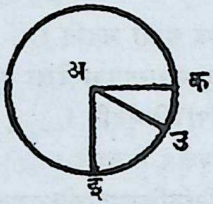


६—चापोपरिगतश्चापान्तर्कोणश्चापोर्ध्वकोण उच्यते। यथा क्षेत्रे, अ इ उ चापोपरि अ क उ चापक्षेत्रे ∠अ क उ कोणश्चापान्तर्गतः चापोर्ध्वकोणोऽस्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

७—द्वाभ्यां त्रिज्याभ्यां वृत्तखण्डमुपपद्यते, परस्परं लम्बरूपाभ्यां त्रिज्याभ्यामुत्पन्नं वृत्तखण्ड वृत्तपादस्तुरीयो वा कथ्यते ।



यथात्र क्षेत्रे अ इ उ वृत्तखण्डम्, अ इ क वृत्तपादोऽस्ति ।

८—येषां चापक्षेत्राणामन्तर्कोणाः मिथस्तुल्या भवन्ति तानि क्षेत्राणि सजातीयानि जायन्ते ।

९—यावन्मितानां चापानां केन्द्रगकोणास्तुल्याः भवन्ति ते सजातीय-चापा उच्यन्ते ।

१०—सजातीयचापानां वृत्तखण्डानि सजातीयानि भवन्ति ।

११—व्यासार्धानां तुल्यत्वे वृत्तानां तुल्यत्वं जायते ।

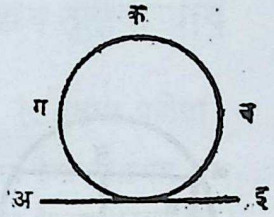
१२—येषां वृत्तानामेकमेव केन्द्रं, ते एककेन्द्रगवृत्तानि कथ्यन्ते ।

१३—वृत्तस्पर्शरेखा सा भवति, या परिधिं स्पृशति वर्धिता च तं न छिनत्ति ।

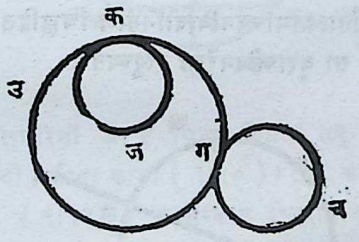
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

यथा—क्षेत्रे क ग वृत्तस्य अ इ स्पर्शरेखास्ति ।



१४–वृत्तयोर्मध्ये यद्येकमपरं स्पृशत्येव, न छिनत्ति, तत् स्पर्शवृत्तं भवति ।



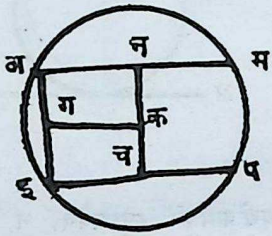
यथा—क्षेत्रे क ग, क ज, ग च वृत्तानि स्पर्शवृत्तानि सन्ति ।

१५–यस्मिन् बिन्दौ वृत्तयोरेखयोर्वा स्पर्शो जायते, स स्पर्शबिन्दुरित्युच्यते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

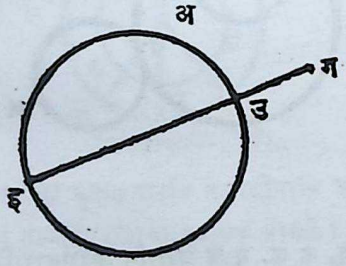
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

१६—यदुपरिकेन्द्रात् क्रियमाणा लम्बरेखास्तुल्यास्तास्तुल्यान्तरजीवा इति कथ्यन्ते ।



यथा—अ म, इ प तुल्यान्तरजीवे स्तः ।

१७—वृत्तबहिर्गतात्कस्माच्चनबिन्दोर्निर्गत्य चिह्नद्वितये परिधिं या रेखा छिनत्ति सा वृत्ताच्छेदनरेखा इत्युच्यत ।



॥ इति तृतीयाध्यायस्य परिभाषाः ॥

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ तृतीयाध्याये

१. प्रथमा प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तस्य केन्द्रमन्वेष्टव्यम् ।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य केन्द्रमन्वेष्टव्यमस्ति ।

इति क०—वृत्तपरिधौ अ, इ चिह्ने विधाय तद् गामिनौ अ इ रेखा विधेया, सा क बिन्दौ अर्धिता कार्या (१।१०) । ततः क बिन्दुतः तद्रेखोपरि क उ लम्बः कार्यः (१।११) । तल्लम्बं ग चिह्नावधिवर्धयित्वा च बिन्दौ अर्धयेत् । स एव च बिन्दुः वृत्तस्यास्य केन्द्रमस्ति ।

यदि चेत् च बिन्दुः केन्द्रं न स्यादित्युच्यते तर्हि कल्प्यतां प बिन्दौ केन्द्रः स्यात् । एवं स्थितौ अ प, प क, इ प रेखाः निर्मेयाः ।

उपपत्तिः—△अ क प △इ क प अनयोर्मध्ये अ क, इ क भुजौ तुल्यौ क प भुजोभयनिष्ठः । अ प, प इ भुजौ व्यासार्धभूतौ, अतः ∠अ कप = ∠ इ क प (१।८) । एतौ समकोणकौ (१।प०१०), अतः प क इ कोणः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

समाख्यः । च क इ कोणोऽपि तादृश एव, अतस्तौ तुल्यौ जातौ (स्व० १)। तदत्र लघुबृहत्कोणयोः साम्यात् असंगतम् ।

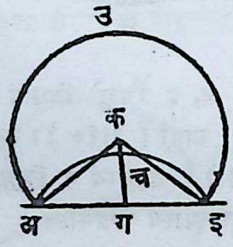
अतः अ इ उ वृत्तस्य केन्द्रं प बिन्दौ न भविष्यति। एवमेव च बिन्दुं व्यक्त्वा न कुत्रापि अस्य वृत्तस्य केन्द्रं भवितुमर्हति । अतोऽत्र च बिन्दुरेव-केन्द्रम् ।

अनुमानम्—१ जीवायास्तुल्यं खण्डद्वयं कुर्वंती तदुपरि लम्बरुपा या रेखा भवति, तस्यामेव तद्वृत्तस्य केन्द्रं जायते ।

२. द्वितीया प्रतिज्ञा

सामा०—परिधौ विन्दुद्वयगामिनी रेखा वृत्तान्तर्गतैव भवति ।

विशे०—अ, इ बिन्दू अ इ उ वृत्तस्य परिधिस्थौ, तदैतयोरन्तर्वर्तिनी अ इ रेखा वृत्तान्तर्गता एव भविष्यति ।



इति क०—यदि वृत्तान्तर्गता इयं न स्यात्तदा कल्प्यतां बहिः स्थास्यति । अ इ उ वृत्तस्य क केन्द्रमन्वेषणीयम् (३।१)। ततः क अ, क इ रेखे कार्ये। पुनः अ इ चापे च बिन्दु कृत्वा क च रेखा कार्या। इयं रेखा च ग बिन्दुं यावत् वर्धनीया ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—∵ क अ = क इ (१।प०१५), ∴ ∠क अ इ = क इ अ (१।१५)। अ क ग त्रिभुजे अ ग भुजः इ चिह्नावधिवर्धित इति क ग इ वाह्यकोणः क अ ग अन्तःकोणान्महान् (१।१६)। किन्तु क अ ग, क इ ग कोणोयोस्तुल्यत्वप्रतिपादनात् क ग इ कोणः क इ ग कोणादप्यधिको भवति। एवं क इ भुजः क ग भुजान्महान् सिद्ध्यति। तत्र क इ, क च रेखयोस्तुल्यत्वात् क च रेखापि क ग रेखातो महती जायते, तदिदमसङ्गतम्।

अत एव अ इ रेखा वृत्तपरिधेर्बहिर्नपतिष्यति, सा वृत्तान्तर्गता भविष्यतीति सिद्धम्।

३. तृतीया प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तस्य केन्द्रगामिनी रेखा पूर्णज्यामर्धयति, सा तदुपरि लम्बरुपा जायते। यदि च सा लम्बभूता तदा पूर्णज्यार्धं करिष्यति।

विशे०—अ इ उ वृत्तं, यत्र उ क केन्द्रगा रेखा अ इ जीवां च बिन्दौ अर्धयति, तदा उ क रेखा अ इ रेखोपरि लम्बरुपा स्यादिति।

इति क०—अ इ उ वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१), ग अ, ग इ रेखे विधेये।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—△अचग, △ इ च ग मध्ये अ च = च इ, ग च भुजोभयनिष्ठः, एवम् अग = इ ग (१ प० १५)। अतः ∠अ च ग = इ च ग (१।८)। एवमेतौ कोणौ समकोणौ (१।प.१०)।

अत एव उ क केन्द्रगः रेखा अ इ जीवायास्तुल्यं खण्डद्वयं करोति, तदुपरि लम्बरुपापि जायते।

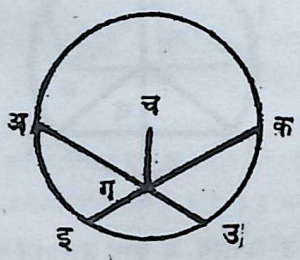
यदि उ क रेखा अ इ जीवोपरि लम्बभूता कल्प्यते, तर्हि उ क रेखा अ इ जीवामर्धं करिष्यति।

अत्रोपपत्तिः—यतः अ ग = ग इ, अतः ∠ग अ च = ∠ग इ च (१।५) तथा ∠अ च ग = ∠इ च ग = समकोणौ। एवं च ग अ, ग इ च त्रिभुजयोर्मध्ये एकत्रिभुजस्य कोणद्वयमितरस्य कोणद्वयेन तुल्यं, ग च भुजस्तूभयनिष्ठोऽतः अ च = इ च इति सिद्धम्।

४. चतुर्थी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तस्य केन्द्रबहिर्गते पूर्णज्ये यत्र संपातं कुरुतस्तत्र अर्धिते न स्याताम्।

विशे०—अ इ उ क वृत्तस्य केन्द्राद् बहिर्गते अ उ, इ क पूर्णज्ये ग बिन्दौ संपातं कुरुतस्तदा एतयोस्तद्बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं न भविष्यति।



इति क०—यद्येवं न स्यात्तदा कल्प्यताम्, अ उ जीवायाः अ ग, ग उ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

खण्डे तथा इ क जीवायाः इ ग, ग क खण्डे तुल्ये स्तः। ज्ञातव्यमत्र यद् या रेखा केन्द्रगा भवति तस्यास्तुल्यखण्डं केन्द्रगयैव रेखया जायते। अत्र रेखे केन्द्रबहिर्गते इति तद् वृत्तस्य च केन्द्रमन्विष्य (३।१) च ग रेखा कार्या।

उपपत्तिः—केन्द्रगा च ग रेखा अ उ रेखायास्तुल्यं खण्डद्वयं करोत्यतः च ग रेखा अ उ रेखोपरि लम्बरूपा स्यात् (३।३), तस्मात् ∠अ ग च समकोणो जायते।

एवमेवात्र च ग रेखा क इ रेखाया अपि तुल्यं खण्डद्वयं करोति तथा तत्र लम्बौ भूत्वा (३।३) च ग इ कोणं समकोणं विदधाति।

परन्तु, पूर्वं ∠अ ग च समकोणोपपादितः सम्प्रति सः ∠च ग इ कोणेन समकोणकत्वात् तुल्यो जायते इति, लघुकोणस्य बृहत्कोणेन साम्यादः सङ्गतिर्जायते।

अत एव अ उ, इ क जीवयोः ग बिन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं न भविष्यतीति सिद्ध्यति।

५. पञ्चमी प्रतिज्ञा

सामा०—यदि वृत्तद्वयं परस्परं संपातं कुरुतस्तर्हि तयोरेककेन्द्रं न भवति।

विशे०—अ इ उ, उ क प वृत्तयोः इ, उ चिह्नोपरि संपातो जायते, तदानयोरेककेन्द्रता न भविष्यतीति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—यदि तयोरेकमेवकेन्द्रं मन्यते तदा कल्प्यतां तयोः ग केन्द्रम् । ग उ रेखां कृत्वा ग च प वृत्तयोः परिधिगामिनी रेखा विधेया ।

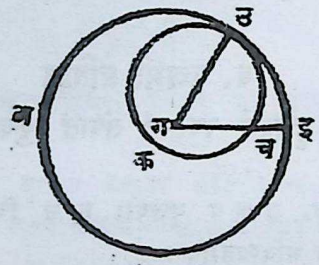
उपपत्तिः—अ इ उ वृत्तस्य व्यासार्धत्वात् ग उ = ग च । तथा उ क प वृत्तस्य व्यासार्धत्वात् ग उ = ग प (१। प० १५)। अतोऽत्र व्यासार्धत्वात् ग उ = ग च = ग प, इति जायते । एवमत्र लघुर्महता, सह तुल्यं (ग च = ग प) जायते तदिदमसङ्गतम् ।

अतः अइउ, उ कप वृत्तयोः केन्द्रमेकत्रैव न स्यादितिसिद्धम् ।

६. षष्ठी प्रतिज्ञा

सामा०—ययोर्वृत्तयोरन्तःस्पर्शो भवति, तयोरेककेन्द्रं न स्यात् ।

विशे०—अ इ उ, उ च क वृत्तयोः उ बिन्दौ अन्तःस्पर्शो भवति, अतस्तयोरेककेन्द्रं न स्यात् ।



इति क०—यदि द्वयोः केन्द्रमेकमेव मन्यते तदा ग बिन्दुं केन्द्रं मत्वा ग उ रेखा तथा परिधिद्वयगता ग च इ रेखा कार्या ।

उपपत्तिः—अ इ उ वृत्तस्य ग केन्द्रमतः ग उ = ग इ, व्यासार्धत्वात् । उ क च वृत्तस्यापि ग केन्द्रमतः ग उ = ग च (१।प.१५): पूर्वं ग उ = ग इ सिद्धं तथा सम्प्रति ग उ = ग च जातम्, अतः ग च = ग इ इति सिद्ध्यति ! एवं लघुरेखायाः बृहद्रेखातः तुल्यत्वसिद्धौ असङ्गतिर्जायते, इति विरुद्धम् ।

अत एव अ इ उ, उ कच वृत्तयो एकत्र केन्द्रं न स्यादिति सिद्धम् ।

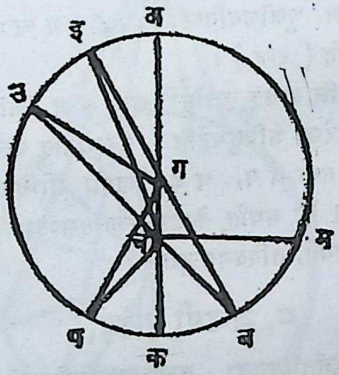
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

७. सप्तमी प्रतिज्ञा

सामा०—व्यासगतकेन्द्रेतरबिन्दोर्वृत्तपरिधिं यावत्कृतासु रेखासु केन्द्रगतव्यासखण्डद्वये एकं खण्डं सर्वरेखाभ्योऽधिकं तथा द्वितीयखण्डं सर्वरेखापेक्षया न्यूनं स्यात्। केन्द्रगतव्यासखण्डस्य समीपस्थरेखा दूरस्थरेखातो वृहती भवति व्यासखण्डयोरुभयदिशि द्वे द्वे रेखे तुल्ये स्याताम्।

विशे०—अ इ उ क वृत्तस्य अ क व्यासः ग केन्द्रं चास्ति। व्यासे केन्द्रविन्दोरन्यत्र च बिन्दुं कल्पयित्वा ततः परिधियावत् च इ, च उ, च प, इत्यादयो यावत्यो रेखाः क्रियन्ते, तासां मध्ये च अ रेखा वृहती, च क रेखा लघ्वी जायते। अवशिष्टरेखासु च इ रेखातः च उ, तथा च उ रेखातः च प रेखा लघ्वी स्यात्। च प, च व रेखे च तुल्ये स्याताम्। एवमेवाग्रेऽपि बोध्यम्।



इति क०—इ ग, उ ग, प ग रेखाः कर्तव्याः।

उपपत्तिः—△इ ग च मध्ये इ ग + ग च, इ च भुजतोऽधिकः (१।२०), तत्र व्यासार्धत्वात् अ ग = इ ग, ∴ अ ग + ग च = इ च भुजतोऽधिकः। अर्थात् इ च रेखातः अ च रेखा महती सिद्धा।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

पुनः △इ ग च△उ ग च मध्ये व्यासार्धत्वात् इ ग = उ ग। ग च भुजोभयनिष्ठः। उ ग च कोणात् इ ग च कोणो महदस्ति (स्व. ९)। अतः उ च भुजात् इ च भुजो महान् जातः (१।२४)। एवमेव च प रेखातः च उ रेखा महती सिद्ध्यति।

अथ △प च ग मध्ये प च + च ग = प ग भुजतोऽधिकः (१।२०); तथा ग प, ग क व्यासार्धयोः साम्यात् प च, च ग योगः ग क रेखातोऽप्यधिकः, तत्रोभयवर्तिनः च ग खण्डस्य शोधनेन च क रेखातः च क रेखा महती शिष्यते (स्व. ५.)। एवमत्र च अ रेखा सर्वाधिका, च क रेखा सर्वाल्पा निष्पन्ना।

च क रेखाया उभयपार्श्वे च बिन्दुतः परिधियावत् द्वे रेखे समाने कर्तुं शक्येते। च ग रेखायाः ग बिन्दौ च ग प कोणतुल्यः च ग ब कोणो विधाय (१।२३), च ब रेखाकार्या। △प ग च△ब ग च मध्ये ग ब = ग प, व्यासार्धत्वात्। ग च भुजोभयनिष्ठः। ∠प ग च = ∠ब ग च, अतः च प = च ब, सिद्ध्यति (१।४)।

च बिन्दुतः परिधिं यावत् कृतासु रेखासु च ब रेखां विहाय च प रेखा समाना नान्या कापि रेखा भवितुमर्हति। दुराग्रहात् कल्प्यतां च प समाना च म रेखापि वर्तते, तदा च प, च ब रेखयोः साम्यात् च ब तुल्या च म रेखा जाता (स्व० १), अर्थात् केन्द्रगन्तुर्व्यासखण्डस्य निकटवर्तिनी रेखा दूरस्थरेखा समाना जायते, तदिदमसङ्गतम्।

८. अष्टमी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तबहिर्गतबिन्दुतः तत्सम्मुखपरिधितलं यावत् कृतासु रेखासु मध्ये केन्द्रगा रेखा सर्वाधिका भवति, तथा केन्द्रगरेखायाः बहिः खण्डं सर्वाल्पं जायते। केन्द्रगरेखायाः समीपस्थरेखा दूरस्थरेखातो महती स्यात्। बाह्यखण्डसमीपगा रेखा दूरस्थरेखातो लघ्वी संपद्यते। बिन्दुतः परिधिपृष्ठतलं यावद् द्वे द्वे रेखे समाने भवतः।

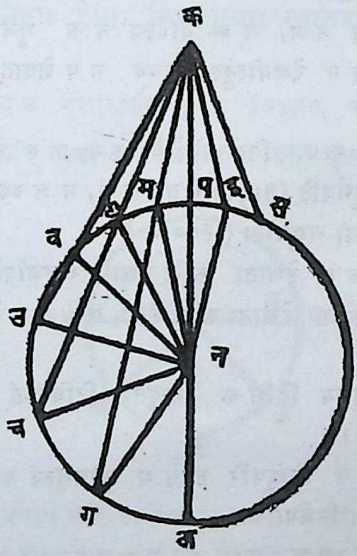
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—अ इ उ वृत्ताद् बहिःस्थबिन्दुः क इत्यस्ति, तस्मात् क अ, क ग, क च, क उ रेखाः परिघितलं यावत् क्रियन्ते, तासां मध्ये क अ केन्द्रगा रेखा सकलरेखाभ्योऽधिका स्यात् ।

तस्या समीपगा रेखा दूरगरेखातो वृहती जायते, यथा क च रेखातः क ग रेखा, तथा क उ रेखातः क च रेखा वृहती वर्तते ।

क बिन्दुतः परिघिपृष्ठावधि गतासु क ब, क ल, क म, क प रेखासु मध्ये अ क रेखायाः बहिः खण्डभूता क प रेखा सर्वाभ्योऽल्पा स्यात् । तस्या निकटस्थरेखा दूरगरेखातो लघ्वी, यथा क ल रेखातः क म रेखा क ब रेखातः क ल रेखा लघ्वी अस्ति ।



इति क०—अ इ उ वृत्तस्य न केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) न ग, न च, न उ, न म, न ल, न ब रेखाः कार्याः ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—व्यासार्धत्वात् अ न = ग न, तयोर्मध्ये न क खण्डं योज्यते, तदा न क + ग न = अ क । ग न क त्रिभुजे ग न, न क योगः ग क भुजतोऽधिकः (१।२०), अतः अ क रेखापि ग क रेखातो महती जाता ।

△ग न क △च न क मध्ये व्यासार्धत्वात् ग न = च न, न क भुजोभयनिष्ठः, एवं च न क कोणात् ग न क कोणोऽधिकः (स्व० ५); अतः क च आधारात् क ग आधारोऽधिकः (१।२४) ।

अनयैव रीत्या क उ रेखातः क च रेखा महती सिद्धयति ।

तस्मात् अ क सर्वाधिका तथा क च रेखातः क ग रेखा, क उ रेखातः क च रेखा महती सिद्धा ।

न म क त्रिभुजे न म, म क योगस्य न क भुजापेक्षयाऽधिकत्वात् (१।२०) न म, न प रेखयोस्तुल्यत्वाच्च क प शेषात् क म शेषोऽधिको जातः (स्व० ५) ।

न ल क त्रिभुजे तत्प्रान्तनिर्गतयोर्मध्ये न म, क म रेखयोर्योगः न ल, क ल भुजयोगाल्लघुर्भवति (१।२१) । तत्र न म, न ल व्यासार्धयोः साम्यात् क ल शेषात् क म शेषो लघुर्जातः (स्व० ५)

अनयैव युक्त्या क व रेखातः क ल रेखापि लघुर्जायते । तस्मात् क प रेखा सर्वाल्पा तथा क ल रेखातः क म रेखा, एवं क व रेखातः क ल रेखा न्यूना सिद्धा ।

क प रेखाया उभय दिशि क बिन्दुतः परिधिपृष्ठं यावद् तुल्ये द्वे रेखे निष्काशयितुं शक्यते ।

क न रेखायाः न बिन्दूपरि क न म कोणतुल्यं क न इ कोणं कृत्वा (१।२३) क इ रेखा विधेया ।

△म न क △इ न क मध्ये न म = न इ, न क भुजोभयनिष्ठः, ∠म न क = ∠इ न क, ∴ क म = क इ (१।४) ।

क इ रेखामपहाय कापि रेखा क बिन्दुतस्तादृशी भवितुं नार्हति,

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

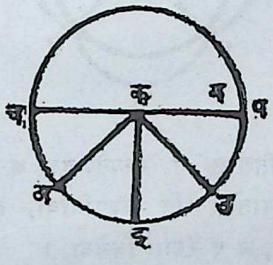
या क म रेखा समाना स्यात् । यदि दुराग्रहेण केनाऽपि समानमुच्यते तदा कल्प्यतां क बिन्दुतः क म तुल्या क स रेखा विद्यते ।

पूर्वं क इ, क म रेखे परस्परं तुल्ये सिद्धे, अतः क इ, क स रेखेऽपि समे स्याताम् । परन्त्वत्र व्यासबहिःखण्डगसमीपस्थरेखायाः दूरस्थरेखाया सह तुल्यत्वादसङ्गतम्, इत्यनुपपत्तिः ।

९. नवमी प्रतिज्ञा

साभा०—वृत्तान्तर्गतकस्मादपि चिह्नात् परिधिं यावत्कृतासु रेखासु मध्ये यदि द्व्यधिकाः रेखाः मिथस्तुल्याः स्युस्तदा तच्चिह्नं वृत्तकेन्द्रं स्यात् ।

विशे०—अ इ उ वृत्तान्तर्गतात् क चिह्नात् परिधिं यावत् क अ, क इ, क उ तिस्रोऽपि रेखाः समानास्तदा क चिह्नं वृत्तकेन्द्रं भवेत् ।



इति क०—अथात्र यदि क केन्द्रं न स्वीक्रियते तदा कल्प्यतां ग चिह्नमेव केन्द्रं । क ग रेखां कृत्वा तामुभयदिशि परिधिं यावत् वर्धनीया ।

उपपत्तिः—अ इ उ वृत्तस्य च प व्यासरेखायां यदि क चिह्नं केन्द्रं नास्ति तदा तस्मात् परिधिं यावत् कृतासु रेखासु मध्ये केन्द्रगव्यास-

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

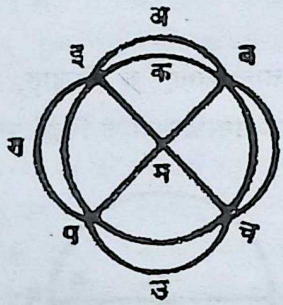
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

खण्डरूपा क प रेखा सर्वाधिका स्यात् (३।७)। इत्थं क इ रेखातः क उ महती, तथा क अ रेखातः क इ महती जायते। किन्तु तासां रेखाणां समानत्वप्रतिपादनादिदमसङ्गतम्। अतः क विन्दुरेव केन्द्रं भविष्यतीति सिद्धम्।

१०. दशमी प्रतज्ञा

सामा०—द्वयोर्वृत्तयोः संपातो विन्दुद्वयादन्यत्र न भवति।

विशे०—कस्यापि वृत्तद्वयस्य संपातः स्थानद्वेय एव सर्वदा भवति।



इति क०—यदि प्रतिज्ञोक्तं न मन्यते, तदा अ इ उ, क ग च वृत्तयोः इ, प, च, ब विन्दुषु संपातोऽस्तीति कल्पयित्वा, अ इ उ वृत्तस्य म केन्द्रं विज्ञाय म इ, म प, म च, म ब रेखाः विधेयाः।

उपपत्तिः—म इ = म प = म च = म ब, व्यासार्धत्वात् (१।प.१५)। क ग च वृत्तान्तर्गतात् म विन्दोः क ग च परिधि यावत् ता एव चतस्रोऽपि रेखाः तुल्याः, तस्मात् क ग च वृत्तस्यापि म केन्द्रं भविष्यति (३।९)। परमिदमसङ्गतम् (३।५)।

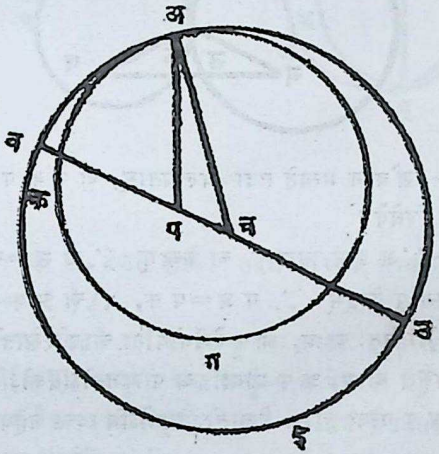
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

११. एकादशी प्रतिज्ञा

सामा—यद्येकवृत्तमितरवृत्तमन्तर्बहिर्वा स्पृशति, तदा तयोः केन्द्रगता रेखा वर्धिता सति स्पर्शबिन्दुं गच्छति ।

विशे०—अ क ग वृत्तस्य अ इ उ वृत्तेन अन्तर्भागे अ बिन्दौ स्पर्शो भवति, तदैतयोः प, च केन्द्रबिन्दुतो गते रेखे अ स्पर्शबिन्दौ गमिष्यत एव ।



इति क०—यद्येवं न मन्यते, तदा कल्प्यतां च प क ब रेखा स्यात् । अ च, अ प रेखे कार्ये ।

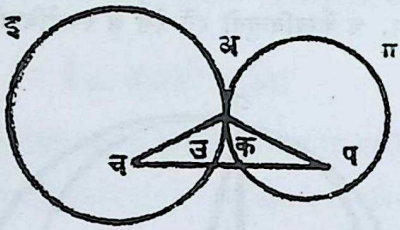
उपपत्तिः—अ प च त्रिभुजे च प, प अ योगः च अ रेखातोऽधिकः (१।२०) । परञ्च च अ, च ब त्रिज्ययोः साम्यात् च प, अ प योगः च ब रेखातोऽप्यधिकः । तत्रोभयनिष्ठस्य च प खण्डस्य शोधनेन अ प शेषं प ब शेषादधिकं जायते । किन्तु अ प, प क व्यासार्धयोस्तुल्यत्वात् प ब रेखातः प क रेखा बृहती भवति । एवं लघुपदार्थः महतोऽपि महीयाञ्जायते,

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इत्यसङ्गतम् । तस्मात् प च केन्द्रबिन्दौ गता रेखा अ स्पर्शबिन्दुं गमिष्यत्येवेति सिद्ध्यति ।

अ इ उ वृत्तस्य अ क ग वृत्तेन अ बहिस्थबिन्दौ स्पर्शो भवतीति कल्पनायां, च प केन्द्रगामिनी रेखा अ स्पर्श बिन्दौ गमिष्यति ।



इति क०—यद्येवं न मन्यते तदा कल्प्यताम्, च उ क प रेखा स्यात् । अ च, अ प रेखे विधेये ।

उपपत्तिः—∵अ इ उ वृत्तस्य च केन्द्रम् ∴च उ=च अ, एवमेव ∵अ क ग वृत्तस्य प केन्द्रम् ∴ प अ=प क, ∴च अ प अ=च उ+प क (स्व० २) । ततः च अ, अ प रेखयोर्योगः च प रेखातो न्यूनोऽस्ति । पुनः अ च प त्रिभुजे च अ, अ प योगः च प भुजतोऽधिकोऽस्ति (१।२०) । इत्थमत्र च अ, अ प योगः च प रेखातो न्यूनोऽधिकश्च सहैव सिद्ध्यतीति, असङ्गतम् ।

अत एव च, प केन्द्रगा रेखा स्पर्शबिन्दौ अवश्यमेव गमिष्यतीति सिद्धम् ।

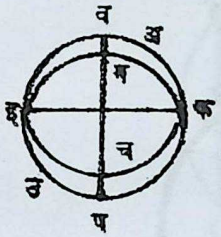
१२ द्वादशी प्रतिज्ञा

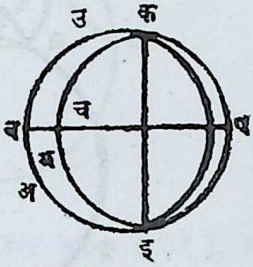
सामा०—द्वयोर्वृत्तयोः स्पर्श अन्तर्बहिर्वा एकस्मिन्नेव बिन्दौ भवति ।

विशे०— बिन्दुद्वयोपरि यदि स्पर्शो मन्यते तदा कल्प्यताम् अ इ उ, ग इ च वृत्तयोः इ; क बिन्दुद्वयोपरि अन्तःस्पर्शो जायते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF





इति क०—इ क रेखां कृत्वा तदर्धकारिणी लम्बरूपा प ब रेखा विधेया (१।१०-११)।

उपपत्तिः—परिधिद्वये इ, क बिन्दू स्तः। अतः इ क रेखा द्वयोर्वृत्तयोरन्तर्गता स्यात् (३।२), अनयोः केन्द्रबिन्दू प ब रेखायां भवेताम् (३।१ अनुमानम्)। प ब रेखा इ क रेखायाः तुल्यं खण्डद्वयं कृतवती तदुपरिलम्बभूतास्ति, अतः सा स्पर्शबिन्दुं भित्वा यास्यति (३।११)।

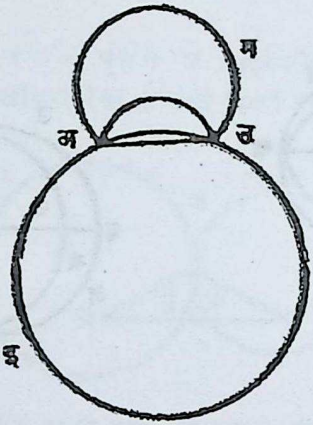
परमत्र इ, क स्पर्शबिन्दू प ब रेखायाः बहिर्भूतौ, अर्थात् प ब रेखा स्पर्श बिन्दुं न स्पृशति, इत्यसङ्गतम्। अतोऽन्तः स्पर्शो न स्थानद्वये, एकत्रैव भविष्यति।

बहिः स्पर्शे विचारः—

वृत्तयोर्बहिः स्पर्शोऽपि एकबिन्दौ एव भवति, नो चेत्कल्प्यताम् अ इ उ, अ उ म वृत्तयोः अ, उ चिह्नयोरुपरि स्पर्शः स्यात्। तदा अ उ रेखा विधेया।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



अत्र युक्तिः—अ उ म वृत्तपरिधौ अ, उ चिह्नमोर्विद्यमानत्वात् तदन्तर्गा अ उ रेखा वृत्तान्तर्गतैव स्यात् (३।२)। तथात्र अ उ म वृत्तम् अ इ उ वृत्ताद बहिरस्ति, तस्मात् अ उ रेखा ततो ऽपि बाह्या।

अ इ उ वृत्तपरिधौ अ, उ चिह्नयोर्विद्यमानत्वात् तद्गता अ उ रेखा वृत्तान्तर्गता एव भवेत् (३।२)। एवमत्र एकैव अ उ रेखा अ इ उ वृत्तस्यान्तर्बहिश्च जायते, इति सङ्गतिविरुद्धम्। अतः वृत्तयोर्बाह्यस्पर्शो ऽपि एकस्मिन्नेव चिह्ने भवतीति सिद्धम्।

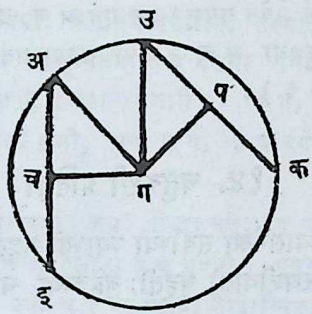
१३ त्रयोदशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्ते यावन्तस्तुल्यजीवाः भवन्ति ताः केन्द्रतः समानान्तराः स्याताम्। याश्च समानान्तरास्ताः तुल्या भवेयुः।

विशे०—अ इ क उ वृत्ते यदि अ इ=क उ तदा ते केन्द्रात् समानान्तरे स्याताम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—अ इ क उ वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१), अ इ, उ क जीवयोरुपरि क्रमेण ग च, ग प लम्बौ विधेयौ (१।२२) । ग उ, ग अ रेखे कार्ये ।

उपपत्तिः—अ च = इ च, ग च रेखाया अ च रेखोपरि लम्बत्वात् (३।३) इत्थम् अ इ रेखा द्विगुणेन अ च खण्डेन तथा उ क रेखा द्विगुणेन उ प खण्डेन समाना विद्यते । ∴ अ इ = उ क, ∴ अ च = उ प, अनयोरर्धभागत्वात् । अतस्तयोर्वर्गौ अपि तुल्यौ ।

अ ग, ग उ व्यासार्धयोस्तुल्यत्वात्तदीयवर्गौ अपि समौ, तत्र ∠ अ च ग = ∠ ग प उ समकोणौ, अतः अच + च ग = अ ग , तथा गप + प उ (१।४७) । तस्मात् अ च, च ग वर्गयोगः ग प, प उ वर्गयोगतुल्यो जातः । पूर्वं अ च, उ प वर्गौ समौ सिद्धौ, अतः शिष्टः ग च वर्गः शिष्टेन ग प वर्गेण तुल्यो जातः । एवं ग च, ग प लम्बौ तुल्यो जातौ ।

एवम् अ इ, उ क जीवे केन्द्रात् समानान्तरे सिद्धे (३।प०१६) ।

प्रकारान्तरेण वा कल्प्यताम् अ इ, उ क जीवे केन्द्रात् समान्तरे स्तः । एवं ग च, ग प लम्बरेखे तुल्ये, तदा अ इ, उ क जीवे तुल्ये स्याताम् ।

पूर्ववदत्र अ इ रेखा अ च रेखातो द्विगुणा, तथा उ क रेखा उ प रेखातश्च द्विगुणा । ग च, ग प रेखयोस्तुल्यत्वात् तदीयवर्गौ अपि तुल्यौ, अतः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

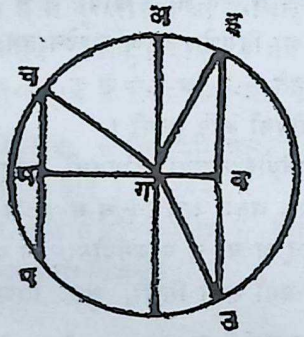
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अ च वर्गशेषम् उपवर्गशेषेन समम्। अत एव अ च, उ प रेखेऽपि समे। यतो इत्र अइ, रेखा द्विगुणया अ च रेखया तुल्या अतः अ इ, उ क रेखोऽपि समे सिद्धे (स्व० ६)।

१४. चतुर्दशी प्रतिज्ञा

सामा०--वृत्ते व्यासरेखा सर्वाभ्यो ज्याभ्यो महती भवति तथा केन्द्रान्निकटस्था जीवा दूरस्थजीवातो बृहती; बृहज्ज्या च लघुज्यापेक्षया केन्द्रसमीपगा स्यात्।

विशे०—अ इ उ क वृत्तस्य ग केन्द्रम् अ क व्यासरेखा चास्ति। इ उ जीवा च प जीवातः केन्द्रसमीपगास्ति, तदा अ क व्यासरेखा इ उ प्रभृतिभ्यो ज्याभ्यो महती, इ उ जीवा च प जीवातो महती स्यात्।



इति क—ग केन्द्रात् इ उ, च प जीवयोरुपरि ग व, गम लम्बौ कृत्वा (१।१२) ग इ, ग उ, ग च रेखा विधेयाः।

उपपत्तिः—∴ अ ग=ग इ तथा ग क=ग उ ∴ ग इ + ग उ= अ क। △ग उ इ मध्ये ग इ+ग उ, इ उ भुजतोऽधिकः (१।२०)। अत अ क रेखापि इ उ रेखातोऽधिका।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इ उ जीवा च प जीवातः केन्द्रसमीपगास्ति, तस्मात् ग व लम्बः ग म लम्बाल्लघुः। इ उ जीवा द्विगुणितया इ व रेखया समा (३।१३) तथा च प जीवा द्विगुणित च म रेखया समास्ति। च ग, इ ग व्यासार्धयोः साम्यात् च ग, इ ग वर्गौ समौ, अतः ग व, इ व वर्गयोगः ग म, च म वर्गयोगसमानः।

यत; ग व वर्गः म ग वर्गाद् लघुः सिद्धः अत; च म वर्गाद् इ व वर्गोऽधिको जातः। तस्मादेव च म रेखातः इ व वृहती। एवम् इ उ जीवा च प जीवातो महती,तदा इ उ ज्या च प ज्यापेक्षया केन्द्रान्निकटस्था स्यात्।

अत्र युक्तिः—

च प रेखातः इ उ रेखाया महत्वात् च म रेखात इ व वृहती स्यात्। एवमेव च म वर्गात् इ व वर्गो महान्निति। किन्तु, इ व, गव वर्गयोगस्य च म, ग म वर्गयोगयोस्तुल्यत्वात् ग म वर्गात् ग व वर्गो लघुरिति। इत्यमत्र ग म रेखया ग व रेखा लघ्वी सिद्धा, अतः इ उ ज्या च प ज्यापेक्षया केन्द्रान्निकटस्था इति सिद्धम्।

१५. पञ्चदशी प्रतिज्ञा

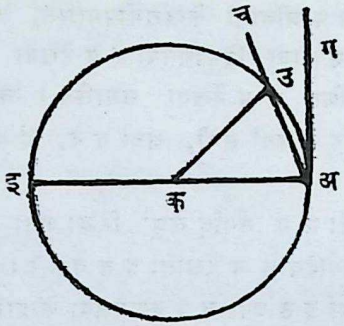
सामा०—वृत्तस्य व्यासप्रान्ताद् यो लम्बो विधीयते स बहिस्तिष्ठति, लम्बपरिध्योरन्तरे तत्प्रान्ते कापीतरा रेखा भवितुं नार्हति, या परिधिं न छिन्द्यात्।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य इ अ व्यासस्य अ प्रान्ताद् यो लम्बः क्रियते, स वृत्ताद् बहिरेव भविष्यति।

इति क०—यद्येवं न मन्यते तदा कल्प्यताम् अ च रेखा वृत्तान्तः स्यात्। क उ रेखा कार्या।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

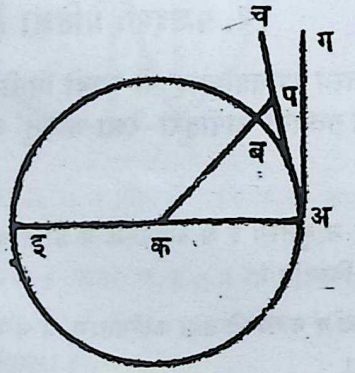
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उपपत्तिः—∠ क अ उ = ∠ क उ अ (१।५) = समकोणकौ। एवं ∠ क अ उ + ∠ क उ अ = समकोणद्वयम् (१।३२)। तस्मात् अ प्रान्तात्कृतो लम्बः वृत्तान्तिवृंतपरिधौ वा ब स्यादपितु यथा अ ग रेखा तथैव बहिर्गतो भवेदिति सिद्ध्यति।

लम्बपरिध्योर्मध्ये अ प्रान्तादेव तादृशी रेखा न भवितुमर्हति या परिधिं न छिन्द्यादिति।

चेदन्यथा मन्यते, तदा अ ग लम्बपरिध्योर्मध्ये अ च रेखा स्यादिति त्युच्यताम्।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—क विन्दुत अ च रेखोपरि क प लम्बं कृत्वा (१।२२) तत्परिधिसंपाते व चिह्नं विधेयम् ।

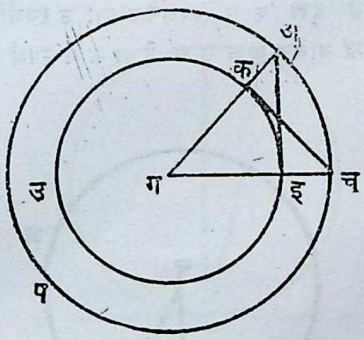
उपपत्तिः—∠ अ प क समकोणः तथा ∠ क अ प समकोणान्न्यूनोऽस्ति (१।१७) । तस्मात् क प रेखातः क अ रेखा बृहती (१।१९) । परन्तु क अ, क ब रेखयोस्तुल्यत्वात् (१ प० १५) क प रेखातः क ब महती जायते, एवमत्र राश्येकखण्डं समस्तराशेरधिकं भवतीति असङ्गतम् । अत एवं न स्यात् अतः प्रतिज्ञोक्तं सिद्धम् ।

अनुमानम्—व्यासाप्रान्तात् कृतो लम्बस्तद् वृत्तस्य स्पर्शरेखा भवति ।

१६. षोडशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तस्य बहिःस्थबिन्दुतः तत् परिधिस्थबिन्दुतो स्पर्शरेखा विधेया ।

विशे०—इ उ क वृत्तस्य बहिः अ विन्दुरस्ति, तस्माद् वृत्तस्पर्शरेखा कर्तव्याऽस्ति ।



इति क०—इ उ क वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (४।१) ग अ रेखा कार्या । ग अ व्यासार्धेन अ च प वृत्तं कृत्वा ग अ रेखायां क विन्दुतः क च लम्बो विधाय (१ ११) ततः ग इ च, क इ रेखे कार्ये ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

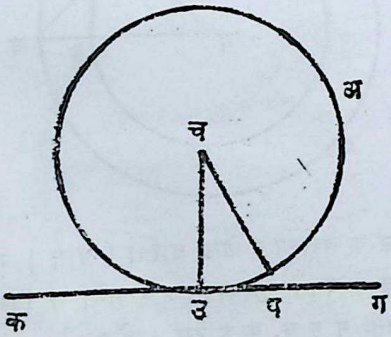
उपपत्तिः—इ उ क, अ च प वृत्तयोरेककेन्द्रत्वात् ग अ = ग क, तथा ग क = ग इ। △अ ग इ △च ग क मध्ये अ ग = ग च, ग इ = ग क, ∠अ ग इ उभयनिष्ठः, अतः क च = अ इ, तथा शेषकोणौ त्रिभुजौ च परस्परं तुल्यौ जातौ (१।४)। ∠ग इ अ = ∠ग क च, परन्तु ग क च कोणस्य समकोणत्वात् ग इ अ कोणोऽपि समकोणः। इत्थं ग इ रेखायाः केन्द्रगतत्वात्तदुपरि अ बिन्दुतो विहिता अ इ रेखा वृत्तस्य स्पर्शरेखा संजाता (३।१५ अनु०)।

एवमेव परिधिस्थ बिन्दुतोऽपि स्पर्शरेखायाः निष्पादनं क्रियते। यथा इ उ क परिधौ क बिन्दुरस्ति तस्मात् ग केन्द्रं यावत् क ग रेखा कृता, तद्गत क बिन्दुतः क च रेखा लम्बत्वेन सम्पादिता, तदा सैव क च रेखा स्पर्शरेखा संसिद्धा।

१७. सप्तदशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्ते स्पर्शरेखायाः स्पर्शबिन्दुतः केन्द्रगा रेखा तत्स्पर्शरेखोपरि लम्बो भवति।

विशे०—अ इ उ वृत्ते, क ग स्पर्शरेखायाः उ स्पर्शबिन्दुरस्ति, तस्माद् उ बिन्दुतः च वृत्तकेन्द्रं यावत् कृता उ च रेखा क ग स्पर्श रेखोपरि लम्बरूपा भविष्यति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—यदि केनापि उ च रेखा लम्बत्वेन न मन्यते, तदा च प लम्बः स्यादिति स्वीकरणीयम् ।

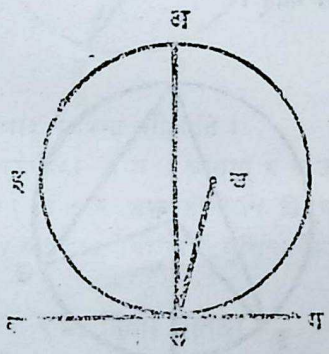
उपपत्तिः—उ च प त्रिभुजे च प उ कोणस्य समकोणत्वात् प उ च कोणो न्यूनः (१।२७) बृहत्कोणसम्मुखभुजस्य महत्त्वात् च प भुजतः च उ महान् (१।१९) । किन्तु च उ = च इ (१।प०१५), ∴ च इ रेखातः च प लघुः । एवमत्र लघुः महतोऽपि महीयो जायते, इति न युक्तम् ।

तथात्र क ग स्पर्शरेखोपरि न उ रेखामपहाय नान्या काचिद रेखा लम्बरूपा भवितुमर्हति ।

१८. अष्टादशी प्रतिज्ञा

सामा० वृत्तस्य स्पर्शबिन्दुतो यो लम्बः क्रियते सः केन्द्रगतो भवति ।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य क ग स्पर्शरेखाया उ स्पर्शबिन्दुरस्ति, तदा तस्मात् कृतः उ अ लम्बः केन्द्रगतो भविष्यति ।



इति क०—यदि अन्यथा मन्यते, तदा लम्बतो बहिः च केन्द्रं स्वीकृत्य च उ रेखा विधेया ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

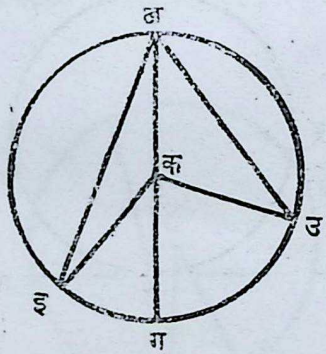
उपपत्तिः—अ इ उ वृत्तस्य च केन्द्राद् गता रेखा क ग स्पर्शरेखायाः स्पर्शबिन्दुं स्पृशति, अतः च उ रेखा क ग स्पर्शरेखोपरि लम्बरूपा (३।१७) तथा सति, ∠च उ ग = समकोणः । किन्तु ∠अ उ ग = समकोणः कल्पितः । अतः ∠च उ ग = ∠अ उ ग = समकोणः स्यात् । एवमत्र लघुकोणः महत्कोणेन तुल्यो जायते, इत्यसङ्गतम् । अत एव अ इ उ वृत्तस्य केन्द्रं च बिन्दौ नास्तीति सिद्ध्यति । इत्थम्, अ उ रेखां त्यक्त्वा नान्यत्र तद् वृत्तस्य केन्द्रं भविष्यतीति सिद्धम् ।

अनुमानम्—केन्द्रात् स्पर्शरेखोपरि क्रियमाणो लम्बः स्पर्शबिन्दौ अवश्यमेव गच्छति ।

१९. एकोनविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्मिन् चापाधारे परिधिकोणात् केन्द्रगकोणो द्विगुणः स्यात् ।

विशे०—अ इ उ वृत्ते इ उ चापस्य इ क उ केन्द्रगकोणः इ अ उ परिधिकोणतो द्विगुणो भवेत् ।



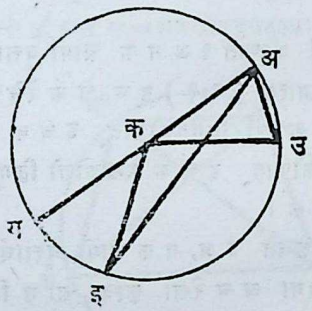
इति क०—अ क रेखां विधाय, तां ग बिन्दुं यावत् वर्धयते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—प्रथमं इ अ उ कोणान्तर्गतं वृत्तकेन्द्रं मन्यते। व्यासार्धत्वात् क इ, क अ भुजौ तुल्यौ, तस्मात् ∠क अ इ = ∠क इ अ (१।५)। अतस्तयोर्योगः क अ इ कोणाद् द्विगुणः। पुनरत्र क अ इ, क इ अ अन्तः-कोणयोर्योगः इ क ग बहिः कोणयोस्तुल्योऽस्ति, अस्मात् इ क ग कोणः क अ इ कोणाद् द्विगुणः। एवमेव प्रकारेण क अ उ कोणात् ग क उ कोणो द्विगुणः सिद्ध्यति। अतः इ अ उ समस्तकोणात् इ क उ सम्पूर्णकोणो द्विगुणितः सिद्धम्।

अन्यत्प्रकारः—



कल्प्यते इ अ उ कोणाद् वृत्तकेन्द्रं बहिर्वर्तते।

अस्मिन् क्षेत्रेऽपि पूर्वरीत्या ग अ उ कोणात् ग क उ कोणो द्विगुणः। पुनः ग अ इ खण्डकोणात् ग क इ खण्ड कोणोऽपि द्विगुणः। अतः इ अ उ अवशिष्टकोणात् इ क उ अवशिष्ट कोणोऽपि द्विगुणितः सिद्धः।

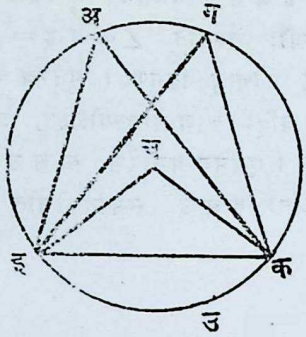
२०. विंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्ते एकचापान्तर्गतकोणाः समाः स्युः।

विशे०—अ इ उ क वृत्ते इ अ ग क चापे इ अ क, इ ग क कोणौ समौ स्याताम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

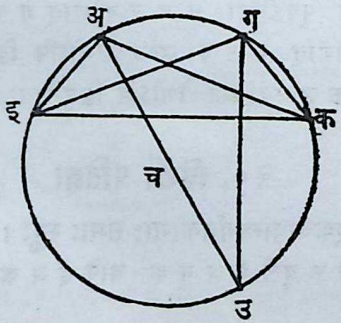
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—प्रथमं कल्प्यते इ अ ग क चापो वृत्तार्धान्महान्, तदा अ इ उ क वृत्तस्य च केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) इ च, च क रेखे कार्ये।

उपपत्तिः—इ अ क परिधिगतकोणात् इ च क केन्द्रगकोणो द्विगुणः, तथा इ ग क परिधिकोणात् इ च क केन्द्रकोणो द्विगुणः (३।१६)। अतः ∠इ अ क = ∠इ ग क।

प्रकारान्तरेण कल्प्यते इ अ, ग क चापो वृत्तार्धतो न्यूनस्तदा द्वितीय-क्षेत्रे अ बिन्दुतः केन्द्रगा अ च रेखा कृत्वा, सा उ बिन्दुं यावत् वर्धनीया उ ग रेखा विधातव्या।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

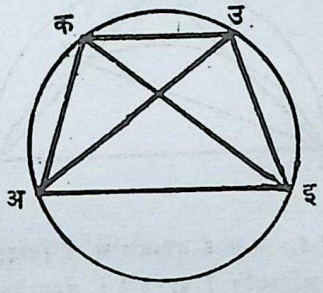
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—पूर्वयुक्त्या वृत्तार्धाधिके इ अ क उ चापे ∠इ अ उ = ∠इ ग उ। तथैव वृत्तार्धाधिके उ इ ग क चापे ∠उ अ क = ∠उ ग क। अत एव ∠इ अ क = ∠इ ग क संपूर्ण कोणेन समः। एवं चापान्तर्गत कोणाः समाः सिद्ध्यन्ति।

२१. एकविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजे सम्मुखकोणयोर्योगः समकोणतुल्यो भवति।

विशे०—अ इ उ क वृत्तगते अ इ उ क चतुर्भुजे ∠अ क उ + ∠उ इ अ अथवा ∠क अ इ + ∠इ उ क = समकोणद्वयतुल्यः स्यात्।



इति क०—अ उ, इ क रेखे सम्पादनीये।

उपपत्तिः—∠उ अ इ = ∠उ क इ, (३।२०) उ क अ इ चापान्तर्गतत्वात्। एवमेव ∠अ उ इ = ∠अ क इ। अतः ∠उ अ इ + ∠अ उ इ = ∠अ क उ। उभयपक्षे ∠अ इ उ योज्यते तदा—∠उ अ इ + ∠अ उ इ + ∠अ इ उ = ∠अ क उ + अ इ उ। परन्त्वत्र अ उ इ त्रिभुजान्तर्गतत्वात्, ∠अ उ इ + ∠उ इ अ + ∠इ अ उ = समकोणद्वयं। (१।३२); अत एव ∠अ क उ + ∠अ इ उ = समकोणद्वयः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

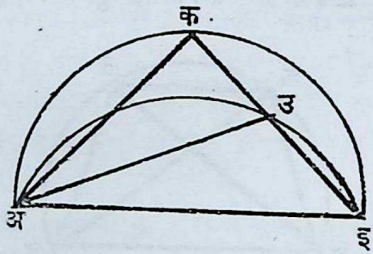
 CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एवमेव प्रकारेण इ अ क, क उ इ कोणयोर्योगोऽपि समकोणद्वयसमानः सिद्ध्यति ।

२२. द्वाविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—एकस्याः रेखाया आधारे, एकस्मिन् पार्श्वे, तादृशे सजातीये चापक्षेत्रे न भवतः, ये परस्परं न मिलेताम् ।

विशे०—यद्येवं न मन्यते तदा कल्प्यताम् अ इ रेखाया एकपार्श्वे अ उ इ, अ क इ चापक्षेत्रे सजातीये स्तः, ये मिथो न मिलेताम् ।



इति क०—अ उ इ, अ क इ वृत्तयोः अ, इ बिन्दुद्वये संपातो जायतेऽतः तयोरन्यत्र संपातो न भविष्यति (३।१०)। तस्मादेकचापस्यान्तरे द्वितीय-चापः स्यास्यति कल्प्यताम् अ क इ चापान्तर्गत अ उ इ चापोऽस्ति, तदा क उ इ रेखा विधेया । पुनः अ बिन्दुतः अ क, अ उ रेखे कार्ये ।

उपपत्तिः—∠अ उ इ = ∠अ क इ, अ उ इ, अ क इ चापयोः साजात्यात् । तस्मात् अ क उ त्रिभुजे अन्तरबाह्यकोणयोः साम्यमुपपद्यते, तदत्रासङ्गतम् (१।२६)

अतोऽत्र उभौ चापौ ध्रुवमेव मिलिष्यत इति सिद्धम् ।

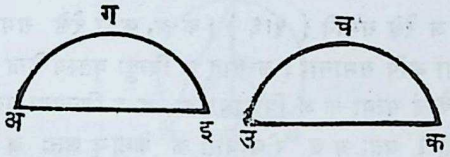
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

२३. त्रयोविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—तुल्याधाररेखासु यानि सजातीयायानि चापक्षेत्राणि, तानि समानानि भवन्ति ।

विशे०—अ ग उ, उ च क चापौ अ इ, उ क तुल्यरेखायोरुपरि वर्तेते, तदा तौ तुल्यौ स्याताम् ।



उपपत्तिः—अ ग इ चापक्षेत्रम् उ च क चापक्षेत्रोपरि तथा स्थाप्यते यथा अ इ रेखा उ क रेखायां भवेत् । तथा सति अ इ, उ क रेखयोः साम्यात् अ बिन्दुः उ बिन्दौ इ बिन्दुः क बिन्दौ तथा अ ग इ चापक्षेत्रं उ च क क्षेत्रोपरि मिलिष्यतः (३।२२) । अतरनयोः समानत्वं भविष्यत्येव (स्व० ८) ।

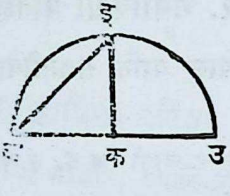
२४. चतुर्विंशी प्रतिज्ञा

सामा०—निर्दिष्टचापक्षेत्रस्य वृत्तं कर्तव्यम् ।

विशे०—अ इ उ चापक्षेत्रं निर्दिष्टम् । अथात्र तादृक् वृत्तमभीष्टं यत्येदं चापक्षेत्रं भवेत् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

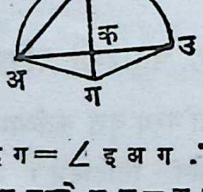


इति क०—क बिन्दौ अ ड रेखायास्तुल्यं खण्डद्वयं कृत्वा (१।१०), क बिन्दुतः क इ लम्बो विधेयः (१।११)। तथा अ इ रेखा कार्या।

उपपत्तिः—प्रथमं ∠ अ इ क = ∠ इ अ क इति कल्प्यते, तद सम्मुखस्थे क इ, क अ रेखे समाने (१।६)। क अ, क उ रेखे समाने इति क इ, क अ, कउ रेखा अपि समानाः। अस्मात् क बिन्दुः वृतस्य केन्द्रं सिद्धम् (२।९) अथ क बिन्दुं केन्द्रं मत्वा क अ त्रिज्जया वा, क इ त्रिज्यया यद् वृत्तं तदेवाभीष्टवृत्तं स्यात्। यतः अ उ रेखावर्ति क केन्द्रम् अतः अ इ उ चापक्षेत्रं वृत्तार्धभूतं सिद्धम्।

द्वितीय-प्रकारः—

यदि अ इ क, इ अ क कोणौ न तुल्यौ तदा अ इ रेखाया अ बिन्दौ अ इ क कोणतुल्यः इ अ ग कोणः कार्यः (१।२३)। इ क रेखा ग बिन्दुं यावत् वर्धनीया।



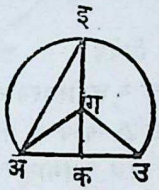
उपपत्तिः ∴ ∠ अ इ ग = ∠ इ अ ग ∴ ग इ = ग अ (१।६)। अथ △ अ क ग △ उ क ग मध्ये अ क = क उ। क ग भुजोभयनिष्ठः। समकोणत्वात् ∠ अ क ग = ∠ उ क ग, तस्मात् अ ग = ग उ (१।४)।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

एवं ग अ, ग इ, गउ तिस्रोऽपि रेखाः समानाः। अतः ग बिन्दुः केन्द्रम् (३।९)। ग बिन्दुं केन्द्रं मत्वा ग अ व्यासार्धेन, अथवा ग इ व्यासार्धेन, यद् वृत्तं क्रियते तदेवाभीष्टं वृत्तम्। तथा इ अ क कोणात् अ इ क कोणो महान्, अ इ उ चापक्षेत्रं ग केन्द्रात् ग्राह्यम्, अत एव तच्चापक्षेत्रं वृत्तार्धान्न्यूनम्।

तृतीयकप्रकारः—



यदि अ इ क कोणात् इ अ क कोणोऽधिकस्तदा अ इ उ चापान्तर्गतः ग केन्द्रं स्यात्। तथा स चापो वृत्तार्धाधिकः। अस्य केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) पूर्वविधिना यद् वृत्तं भविष्यति तदेवाभीष्टं वृत्तं सिद्ध्यति।

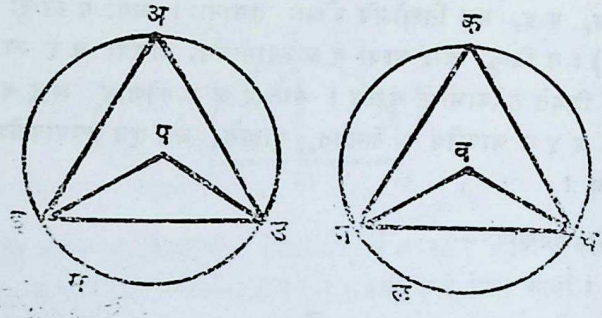
२५. पञ्चविंशी प्रतिज्ञा

साभा०—तुल्यवृत्तेषु केन्द्रगताः परिधिगता वा कोणा यदि तुल्याः स्युस्तदा तत्कोणाश्रितचापा अपि तुल्याः भवन्ति।

विशे०—अ इ उ, क ग च समानवृत्तौ स्तः। अत्र केन्द्रग कोणौ ∠ इ प उ = ∠ ग ब च, तथा परिधिगतकोणौ ∠ इ अ क = ∠ ग क च, तदा तत्कोणलग्नौ इ म उ, ग ल च चापौ अपि तुल्यौ भवेताम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिकः—इ उ, ग च रेखे विधेये।

उपपत्तिः—अ इ उ, क ग च वृत्तयोस्तुल्यत्वात् त्रिज्यायामपि तुल्यत्वम् (३।प.।११)। △ इ प उ △ ग प च मध्ये प इ=ग ब, यथा प उ =बच, ∠ इ प उ=∠ ग ब च। तस्मात् आधारौ इ अ, गच तुल्यौ जातौ (१।४)। इ अ उ परिधिगतकोणस्य ग क च परिधिकोणेन साम्यात् इ अ उ, ग क च चापौ सजातीयौ (३।प०८)। एतौ इ उ, ग च तुल्यरेखयोरुपरि स्तः, अतस्तुल्यौ (३।२४)। अ इ उ; ग क च वृत्तयोस्तुल्यत्वात्

अवशिष्टौ इ म उ, ग ल च चापौ अपि तुल्यौ। एवं प्रकारेण इ म उ, ग ल च चापौ तुल्यौ जातौ, इति सिद्धम्।

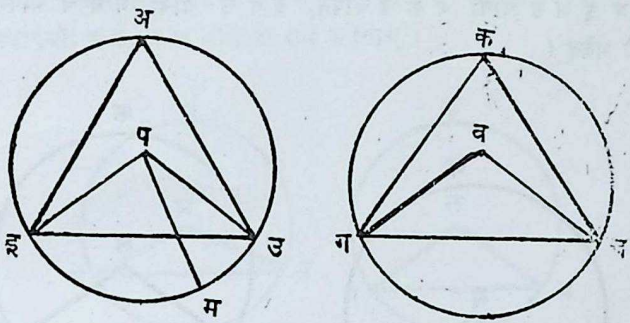
२६. षड्विंशी प्रतिज्ञा

सामा०— तुल्यवृत्तानां तुल्यचापेषु केन्द्रगताः परिधिगता वा कोणास्तुल्या भवन्ति।

विशे०—अ इ उ, क ग च वृत्तौ तुल्यौ, तत्र इ उ, ग च तुल्यचापे इ प उ, ग ब च केन्द्रगतौ तथा इ अ उ, ग क च परिधिगतौ कोणौ समानौ भविष्यतः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिक०—इ प उ, ग व च कोणौ यदि तुल्यौ न, तदैकोऽपराद् महान् भविष्यति। एवं स्थितौ कल्प्यताम् ग व च कोणात् इ ग उ कोणोऽधिकः। तदा इ व रेखायाः प बिन्दौ ग व च कोणतुल्यः इ प म कोणो विधेयः (१।२३)।

उपपत्तिः—इ प म, ग व च केन्द्रगकोणयोस्तुल्यत्वात् इ म, ग च चापौ तुल्यौ (३।२५)। किन्तु ग च, इ उ चापयोः साम्यात् इ म लघुचापः इ उ बृहच्चापतुल्यो जायते, तदेदमसङ्गतम्। तस्मात् इ प उ, ग व च कोणौ समौ एव स्याताम्।

इ अ उ परिधिगतकोणः इ प उ केन्द्रगकोणस्यार्धं, तथा ग क च परिधिकोणः ग व च केन्द्रकोणस्यार्धभूतः (३।२०); तस्मात् इ अ च कोणौ तुल्यौ सिद्धौ।

२७. सप्तविंशी प्रतिज्ञा

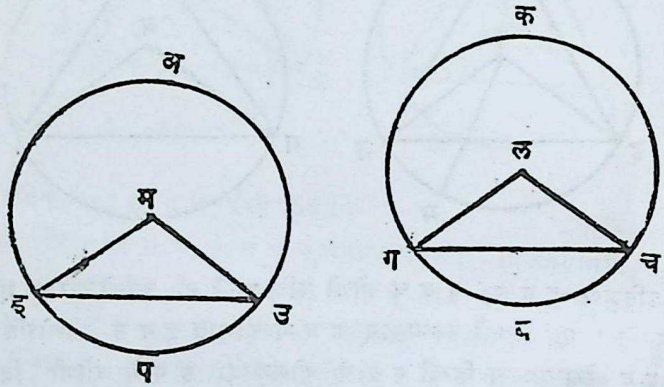
सामा०—तुल्यजीवास्तुल्यवृत्तेषु तुल्यचापानुत्पादयन्ति।

विशे०—अ इ उ, अ ग च वृत्तौ समौ तथा इ उ, ग च जीवे समे, आभ्यां क्रमेण इ अ उ, ग क च बृहच्चापौ इ प उ, ग व च लघुचापौ उत्पद्यतः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

तथात्र इ अ उ चापः ग क च चापेन, इ प उ चापः ग ब च चापेन च तुल्यो भवेत् ।



इतिकः— वृत्तद्वयस्य म, ल केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) इ म, म उ रेखे तथा ग ल, ल च रेखे विधेये ।

उपपत्तिः—अ इ उ, क ग च वृत्तयोस्तुल्यत्वात् त्रिज्येऽपि तुल्ये । अतः इ म उ, ग ल च त्रिभुजयोः म इ भुजः ल ग भुजेन, म उ भुजः ल च भुजेन इ उ आधारश्च ग च आधारेण तुल्योऽतः इ म उ कोणः ग ल च कोणेन तुल्यः (१।८) । किन्तु तुल्यवृत्तयोः तुल्यकेन्द्रगकोणौ तुल्यचापोपरि भवतः (३।२५) अतः इ प उ, ग ब च चापौ समौ, अ इ उ, क ग च परिधी अपि समे । अतस्तयोः अवशिष्टौ इ अ उ, ग क च चापौ अपि समानौ सिद्धौ ।

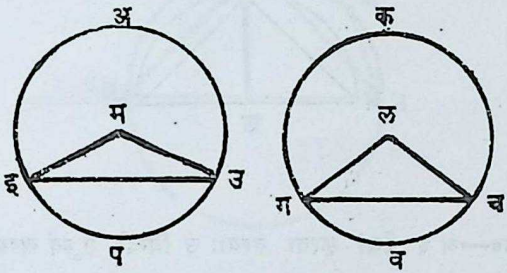
२८. अष्टाविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—समानवृत्तेषु समानचापानां जीवा अपि समा भवन्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

विशे०—समानवृत्ते अ इ उ, क ग च विद्येते, तत्र इ प उ, ग ब च समानचापयोः इ उ, ग च जीवेऽपि समे भवेताम् ।



इतिक०—वृत्तयोः म, ल केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१), म इ, म उ तथा ल ग, ल क रेखे विधेये ।

उपपत्तिः—∠ इ म उ = ∠ ग ल च केन्द्रगकोणौ, अ इ उ, क ग क तुल्यवृत्तयोः इ प उ, ग ब च चापयोश्च साम्यात् (३।२६) । यतः अ इ उ, क ग च वृत्तयो; साम्यमतः त्रिज्यापि समा । अतः म इ उ, ल ग च त्रिभुजयोः म इ भुजः ल ग भुजेन, म उ भुजः ल च भुजेन तुल्यः ।

∴ ∠ इ म उ = ∠ ग ल च

∴ ग च आधारः = इ उ आधारः (१।४), इति सिद्धम् ।

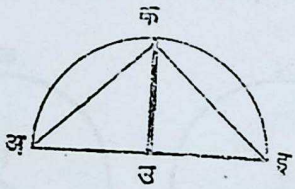
२९. एकोनत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—इष्टचापस्य तुल्यं खण्डद्वयं कर्त्तव्यम् ।

विशे०—इष्टचापः अ क इ, अस्य तुल्यं खण्डद्वयं चिकीर्षितमास्ते ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिक०—अ इ रेखां कृत्वा तस्याः उ विन्दौ तुल्यं खण्डद्वयं कार्यम् (१।१०) उ विन्दुतः उ क लम्बं कृत्वा (१।११) अ क, इ क रेखे कार्ये।

उपपत्तिः—△ अ उ क △ इ उ क मध्ये अ उ = इ उ, उ क भुजोभयनिष्टः। समकोणत्वेन ∠ अ उ क = ∠ इ उ क। अतः अ क = इ क (१।४) एतेन अ क चापः = इ क चापः (३।२७), इति निष्पन्नम्।

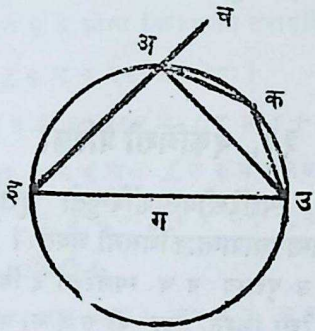
३०. त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तार्धचापे तदन्तर्गतकोणः समकोणो, वृत्तार्धादल्पेऽधिककोणो, वृत्तार्धाधिके तु न्यूनकोणो भवति।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य ग केन्द्रं, इ ग उ व्यास रेखा, उ अ पूर्णज्या। इ अ उ वृत्तार्धचापान्तर्गततकोणः समकोणः स्यात्; वृत्तार्धाधिके अ इ उ चापे न्यूनकोणो भवेत्, वृत्तार्धान्न्यूने अ कउ चापे अधिक कोणो भवेत।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिक० = अ ग रेखां विधाय इ अ रेखा कृत्वा सा ग विन्दुं यावद् वर्धनीया। अ क, क उ रेखे विधेये।

उपपत्तिः—∵ ग अ = ग इ ∴ ∠ ग अ इ = ∠ ग इ अ (१।५)। तथा ∵ ग अ = ग उ ∴ ∠ ग अ उ = ∠ ग उ अ।

∴ ∠ इ अ उ = ∠ अ इ उ + ∠ अ उ इ।

∵ बहिः कोणः ∠ च अ उ = ∠ अ इ उ + ∠ इ उ अ (१।२३)।

∴ ∠ इ अ उ = ∠ च अ उ = समकोणः (१।प.१०)। एतेन वृत्तार्धचापे इ अ उ कोणः समकोणो जायते।

अ इ उ त्रिभुजे ∠ अ इ उ + ∠ इ अ उ = समकोणद्वयान्न्यूनः (१।१७) ∠ इ अ उ = समकोणः, अतः अ इ उ कोणः समकोणान्न्यूनो जातः। तेन वृत्तार्धाधिके चापे अ इ उ कोणो न्यूनः सिद्धः।

वृत्तान्तर्गते अ इ उ क चतुर्भुजे अ इ उ, अ क उ सम्मुखकोणयोर्योगः समकोणद्वयतुल्यो जायते (३।२)। किन्तु अ इ उ कोणः समकोणान्न्यूनोऽस्ति, अतः अ क उ शेषकोणोऽधिको जातः। तेन वृत्तार्धन्यूनचापे अ क उ कोणोऽधिककोणः सिद्धः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

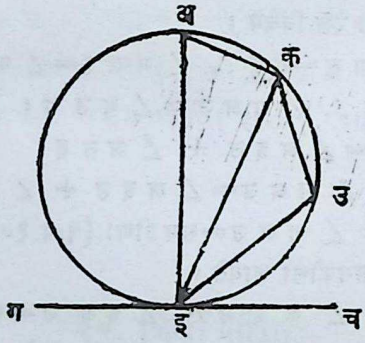
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अनुमानम्—यस्मिन् त्रिभुजे एककोणः शेषकोणद्वययोगतुल्यस्तदा सः समकोणो भवति ।

३१. एकत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तस्य स्पर्शरेखीयस्पर्शबिन्दुतो वृत्ताच्छेदनरेखाकरणे यौ कोणौ भवतः, तौ एकान्तरचापान्तःकोणसमौ भवतः ।

विशे०—अ क इ उ वृत्तस्य ग च स्पर्शरेखा इ बिन्दौ स्पर्शं करोति । इ बिन्दुतः इ क छेदन रेखा क्रियते, तदा यौ क इ च, क इ ग कोणौ जायेते तौ क्रमशः क अ इ, क उ इ एकान्तरचापकोणाभ्यां समौ स्याताम् ।



इतिक०—इ बिन्दुतः इ अ लम्बः कार्यः (१।११)। क इ रेखायां कुत्रापि उ चिह्नं कृत्वा अ क, क उ, इ उ रेखाः कार्याः ।

उपपत्ति—अ क उ इ वृत्ते इ स्पर्श बिन्दुतः इ उ लम्बस्तेन वृत्तकेन्द्रं तद्रेखामामेव स्यात् (३।१८)।

∵ वृत्तार्धचापे ∠अ क इ = समकोणः (३।३०)।

∴ ∠इ अ क + अ इ क = समकोणः (१।३२)।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∵ ∠अ इ च=समकोणः ∴ ∠इ अ क+∠अ इ क=∠अ इ च। अत्रोभयनिष्ठः अ इ क कोणः निष्कास्यते तदावशिष्टः ∠ क इ च=∠इ अ क। अत्र ∠इ अ क एकान्तरकोणः।

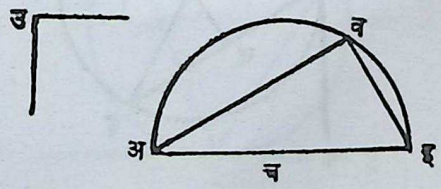
वृत्तान्तर्गंगते अ इ उ क चतुर्भुजे ∠इ अ क+∠इ उ क=समकोणद्वयः (३।२१) तथा ∠क इ च+∠क इ ग=समकोणद्वयः (१।१३)। अतः ∠इ अ क+∠इ उ क=∠क इ च+∠क इ ग। ∠इ अ क=∠क इ च, पूर्वमेव साधितौ।

∴ ∠क इ ग=∠इ उक। अत्र इ उ क कोणः एकान्तरचापवर्ती विद्यते। एवमत्र प्रतिज्ञोक्तं सिद्धम्।

३२. द्वाविंशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टरेखायां तादृशं चापक्षेत्रं विधेयं, यदन्तर्गतकोणोऽभीष्टकोणतुल्यो भवेत्।

विशे०—अ इ अभीष्टा रेखा, उ कोणश्चास्ति। अ इ रेखोपरि तादृशं चापक्षेत्रं विधेयमस्ति, यस्यान्तर्गतः कोणः उ कोणेन तुल्यो भवेत्।

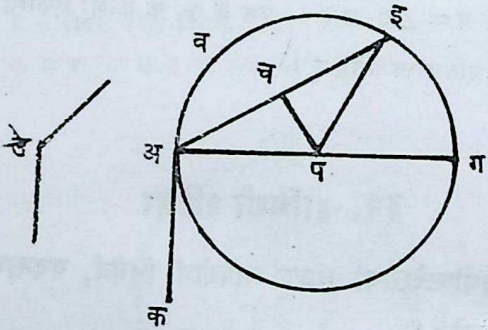


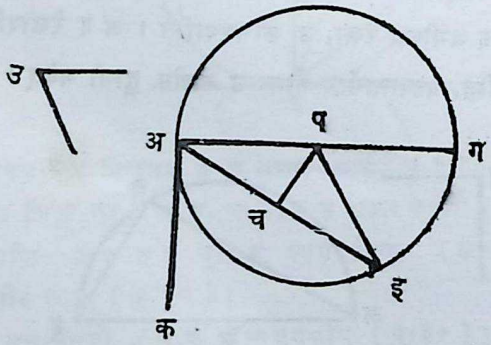
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इतिक० उपपत्तिश्च—प्रथमं उ कोणः समकोणः कल्प्यते। अ इ रेखायाः च बिन्दौ समानखण्डद्वयं विधाय (१।१०), च केन्द्रस्य च इ व्यासार्धेन अ व इ वृत्तार्धं कर्त्तव्यम्। एवम् अ व इ कोणः उ कोणतुल्यो जायते (३।३०)।

द्वितीय प्रकारः—यदि उ कोणः समकोणो नास्ति, तदा अ इ रेखायाः अ बिंदौ उ कोणसमः इ अ क कोणो विधेयः (१।२३) अ बिन्दोः अ ग लम्बो विधेयः (१।११)। अ इ रेखायाः च बिन्दौ समानं खण्डद्वयं (१।१०) तथा च बिन्दोः च प लम्बः (१।११), प इ रेखाऽपि कार्या।





Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—△अ च प △इ च प मध्ये अ च = इ च, च प भुजोभयनिष्ठः। ∠अ च प = ∠ इ च प समकोणत्वात्। अत आधारौ अ प = इ प (१।४) प विन्दुं केन्द्रं मत्वा प अ त्रिज्यया यद्वृत्तं भविष्यति तद् इ विदुं स्प्रक्ष्यति। एवम्भूतं अ व इ वृत्तम् यस्य अ ब इ चापान्तर्गतकोणः उ कोण समः। अ ग व्यासस्य अ प्रान्तात् अ क लम्बरूपाऽतो सा वृत्तस्पर्शरेखा (३ १५ अनु०)। यतः अ स्पर्शविन्दुतः अ इ छेदनरेखा, अतः ∠क अ इ = ∠अ ब इ, एकान्तरचापकोणत्वात् (३।३१)।

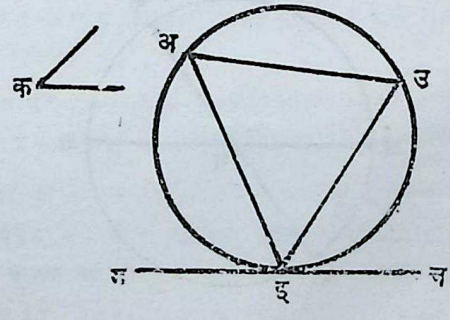
∵ ∠क अ इ = ∠उ, ∴ ∠अ व इ = ∠उ।

एवं प्रकारेण अ इ रेखामाम् अ व इ चापक्षत्रं जातं यस्यान्तर्गतकोणः उ कोणतुल्योऽस्ति।

३३. गयस्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तादेकस्तादृशश्चापः पृथक् विधेयः यस्यान्तर्गतकोणो ऽभीष्टकोणसमः स्यात्।

विशे०—अभीष्टः क कोणः अ इ उ वृत्तश्चास्ति। अ इ उ वृत्तादेकस्तादृशश्चापः पृथक् कार्यः यस्यान्तर्गतकोणः क कोणेन तुल्यो भवेत्।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इतिक०—अ इ उ वृत्तस्य इ विन्दौ ग च स्पर्शरेखा कार्या (३।१२) इ च रेखायाः इ बिन्दौ क कोणतुल्यः च इ उ कोणो विवेयः (१।२३)।

उपपत्तिः—∵ ग च वृत्तस्पर्शरेखा, इ उ वृत्तछेदन रेखा।

∴ ∠चइ उ = ∠इ अ उ (३।३१)।

∵ ∠च इ उ = ∠क

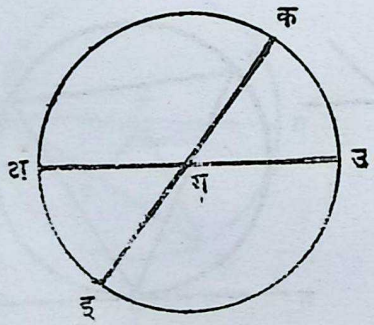
∴ ∠क = ∠इ अ उ, एकान्तरचापकोणत्वात्। एवमत्र अ इ उ वृत्ताद् इ अ उ चापः पृथग्जातो यस्यान्तर्गतकोणः क कोणेन समः सिद्धः।

३४. चतुस्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्ते पूर्णज्याद्वयी संपातं करोति, तदैकस्याः खण्डद्वयघातो द्वितीयस्याः खण्डद्वयघातेन तुल्यो भवति।

विशे०—अ इ उ क वृत्तं यत्र अ उ, इ क पूर्णज्ये ग विन्दौ संपातं कुरुतस्तदा अ उ पूर्णज्यायाः अ ग, ग उ खण्डघातः इ क पूर्णज्यायाः इ ग, ग क खण्डघातेन तुल्यो भवति।

अर्थात् अ ग × ग उ = इ ग × ग क, इति भविष्यति।

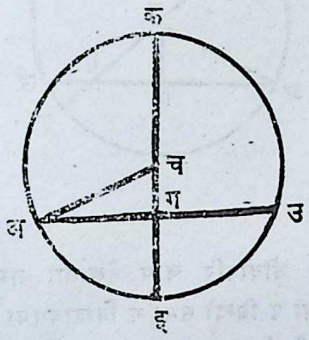


Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उपपत्तिः—प्रथमं अ उ, इ क पूर्णज्याद्वयं वृतस्य ग केन्द्रे संपातं कुरुत इति मन्यते, तदात्र व्यासार्धत्वात् अ ग = ग उ = इ ग = ग क इति। अतः अ ग × ग उ = इ ग × ग क इति सिद्धम्।

प्रकारान्तरः—यदि केन्द्रगा इ क पूर्णज्या अ उ पूर्णज्यायाः ग बिन्दौ लम्बभूता, तदा इ क पूर्णज्या च बिन्दौ अर्धितास्ति। अत्र च बिन्दुः केन्द्रः स्यात्। अ च रेखा कार्या।



उपपत्तिः—इ क केन्द्रगा जीवा अ उ केन्द्रबहिर्गतजीवोपरि लम्बभूताऽतः अ ग = ग उ (३।३)। इ क जीवा च बिन्दौ तुल्या ग बिन्दौ अतुल्या खण्डिताऽतः क ग × ग इ + ग च^2 = च इ^2 (२।५) = च अ^2 = ग च^2 + अ ग^2 (१।४७।

अत्र ग च^2 उभयपक्षतः शोध्यते तदा—

क ग × ग इ = अ ग^2

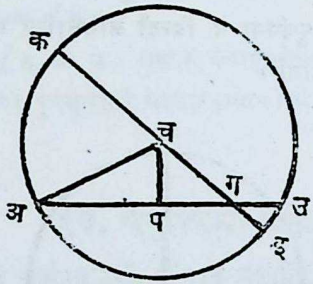
अथवा, क ग × ग इ = अ ग × ग उ इति सिद्धम्।

तृतीयप्रकारः—इ क केन्द्रगा जीवा अ उ जीवायाः ग बिन्दौ संपातं करोति, न तत्र लम्बरूपा। इ क जीवा च बिन्दौ अर्धिता तदा च वृत्तः केन्द्रं स्यात्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अ च रेखां कृत्वा अ उ रेखोपरि च प लम्बो विधेयः (१।१२)।



उपपत्तिः—अ इ जीवोपरि च प रेखायाः लम्बत्वात् अ व = प उ (३।३)। अ उ जीवा प बिन्दौ समा ग बिन्दावसमा खण्डिताऽतः अ व × ग उ + प ग^2 = अ प^2 (२।५)।

उभयपक्षे च प^2 इति योज्यते तदा—

अ ग × ग उ + प ग^2 + च प^2 = अ प^2 + च प^2

∵ प ग^2 + च प^2 = ग च^2, तथा अ प^2 + च प^2 = अ च^2 (१।४७)।

∴ अ ग × ग उ + ग च^2 = अ च^2 = च इ^2 (१।प.१५)।

= क ग × ग इ + च ग^2 (२।५)।

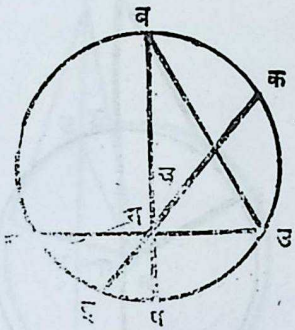
अभयपक्षतः च ग^2 शोध्यते तदा तु—

अ ग × ग उ = क ग × ग इ, इत्युपपन्नम्।

चतुर्थप्रकारः—यदि अ उ, क इ जीवयोर्मध्ये कापि केन्द्रगा न स्यात्तदा वृत्तस्य च केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) ग सम्पातबिन्दुतः प ग च व व्यास-रेखा कार्या।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



अत्र—पूर्वप्रकारेण—

अ ग × ग उ = प ग × ग ब,

इ ग × ग क = प ग × ग ब

∴ अ ग × ग उ = इ ग × ग क, इति सिद्धम् ।

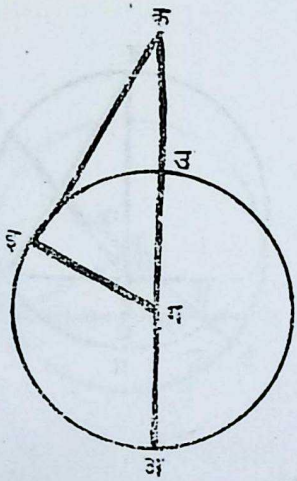
३५. पञ्चत्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तबहिर्गत-बिन्दुतो यदि वृत्तच्छेदन-वृत्तस्पर्शरेखे विधीयते, तर्हि छेदनरेखा-तद्बाह्यखण्डघातः स्पर्शरेखावर्गसमो भवति ।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य बहिस्थबिन्दुः क, अस्मात् क अ उ वृत्तच्छेदन-रेखा, क इ वृत्तस्पर्श रेखा क्रियते, तदा अ क × क उ = क इ^2, इति भविष्यति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—छेदन रेखा ग वृत्तकेन्द्रगा इति मन्यते। इ ग रेखा कार्या। एवमत्र ∠ग इ क समकोणः स्यात् (३।१७)।

उपपत्तिः—अ उ रेखा ग बिन्दावर्धिता क बिन्दुं यावत् वर्धितास्ति, अतः अ क × उ क + ग उ^2 = ग क^2 (२।६)।

∵ ग उ = ग इ, तथा ग इ^2 + इ क^2 = ग क^2 (१।४७)।

∴ अ क × उ क + ग इ^2 = ग इ^2 + इ क^2

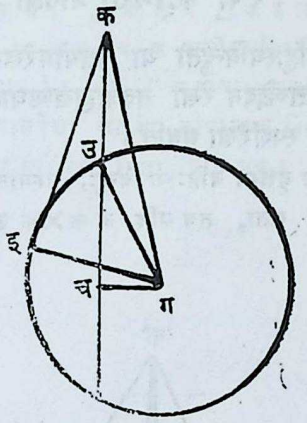
अत्रोभयपक्षतः ग इ^2 निष्कास्यते तदा तु—

अ क × उ क = इ क^2, इत्युपपन्नम्।

प्रकारान्तरेण—यदि क उ अ वृत्तच्छेदन रेखा केन्द्रबहिर्गता, तदा वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) अ उ रेखोपरि ग च लम्बः कार्यः (१।१२)। ग इ, ग उ, ग क रेखा विधेयाः।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



उपपत्तिः—अ क × उ क + च उ^2 = च क^2 (२।६)।

उभयपक्षे ग च^2 योज्यते तदा—

अ क × उ क + च उ^2 + ग च^2 = च क^2 + ग च^2

∵ ∠ग च क = समकोणः, ∴ ग च^2 + च क^2 = ग क^2।

तथा ग च^2 + च उ^2 = ग उ^2 (१।४७)।

∴ अ क × उ क + ग उ^2 = ग क^2

∵ ग उ = ग इ, तथा ग इ^2 + इ क^2 = ग क^2 (१।४७)।

∴ अ क × उ क + ग इ^2 = ग इ^2 + इ क^2।

अत्रोभयनिष्ठः ग इ^2 शोध्यते तदा तु—

अ क × उ क = इ क^2, इत्युपपन्नम्।

अनुमानम्—यदि वृत्तबहिर्वर्तिनो बिन्दोर्वृत्तच्छेदनरेखाद्वयं निष्पाद्यते, तदैकच्छेदन रेखा तद् बाह्यखण्डघातो द्वितीय च्छेदनरेखा—तद् बाह्यघातसमो भवति।

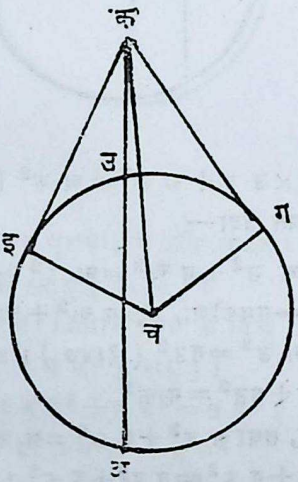
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

३६. षट्त्रिंशी प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्तबहिःस्थबिन्दुतो या वृत्तयोगरेखा वृत्तच्छेदन रेखा च क्रियते, तत्र यदि वृत्तच्छेदन रेखा तद्वाह्यखण्डघातो वृत्तयोगरेखावर्गसमस्तदा वृत्तयोगरेखा स्पर्शरेखा भवति।

विशे०—अ इ उ वृत्तस्य वहिः क बिन्दुः, तस्मात् क इ वृत्तयोगरेखा, क उ अ वृच्छेदनरेखा कृता, तत्र यदि अ क × क उ = क इ^2, तदा क इ स्पर्शरेखा भवेत्।



इति क—वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) क ग स्पर्शरेखा विधेया (३।१६)। च ग, च इ, अ क रेखाः कार्यास्तदा ∠ च ग क समकोण. स्यात् (३।१७)।

उपपत्तिः—∵ क ग, क उ अ वृत्तस्पर्शच्छेदनरेखे,

∴ अ क × क उ = क ग^2 (३।३५)

∴ अ क × क उ = अ इ^2

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

$\therefore$ क इ^2 = क ग^2

तदात्र क इ = क ग। ∠ क ग च ∠ क इ च मध्ये, क ग = क इ, व्यासार्धत्वात् च ग = च इ, च क भुजोभयनिष्ठोऽतः ∠ क ग च = = ∠ क इ च् (१।८)। तत्र ∠ क ग च = समकोणः = ∠ क इ च। इ च रेखा वर्धिता व्यासरेखा जायते, तत्प्रान्ताद् विधीयमानो लम्बः स्पर्श-रेखा भवतीत्यतः क इ स्पर्शरेखा सिद्धा, इति शम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

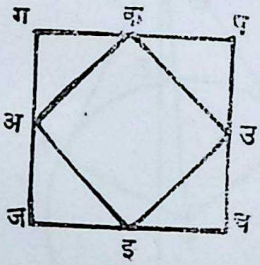
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

अथ चतुर्थाध्यायः

(परिभाषाः)

१. कस्यापि क्षेत्रे तस्यान्तर्गतस्थितस्य क्षेत्रस्य कोणा वाह्यक्षेत्रस्य भुजाग्राणि स्पृशन्ति तदा, तदन्तर्गत क्षेत्रमुच्यते ।

यथा क्षेत्रे—क अ इ उ क्षेत्रं ग ज च प क्षेत्रस्यान्तर्गतमस्ति ।



२. यस्य क्षेत्रस्य भुजा अन्तःस्थितक्षेत्रस्य भुजान् स्पृशन्ति, तदुपरिगत-क्षेत्रमुच्यते ।

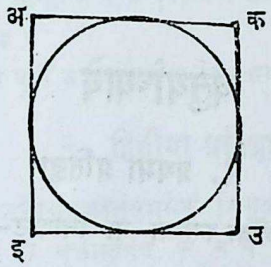
यथा—क अ इ उ क्षेत्रस्योपरिगतं ग ज च प क्षेत्रं विद्यते ।

३. कस्यापिक्षेत्रस्य यदि सर्वे कोणाः परिधि स्पृशन्ति तदा तत्क्षेत्रं वृत्तान्तर्गतम् ।

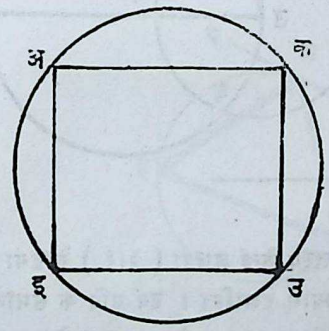
यथा क्षेत्रे—अ इ उ क वृत्तान्तर्गतं क्षेत्रमस्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



४. यस्य वृत्तस्य परिधिः क्षेत्र—कोणान् स्पृशति, तदुपरिगतवृत्तम् ।
यथा—उपरि क्षेत्रे अ इ उ क चतुर्भुजक्षेत्रस्योपरिगतं वृत्तमस्ति ।
५. क्षेत्रस्य यस्य सर्वे भुजा वृत्तं स्पृशन्ति तत्क्षेत्रं वृत्तोपरिगतम् ।
यथा—अ इ उ क क्षेत्रं वृत्तोपरिगतमस्ति ।



६. यस्य वृत्तस्य परिधिः क्षेत्रभुजान् स्पृशति. तदन्तर्गतवृत्तम् ।
यथा—उपरिक्षेत्रे यद् वृत्तं तत् अ इ उ क क्षेत्रस्यान्तर्गतमस्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

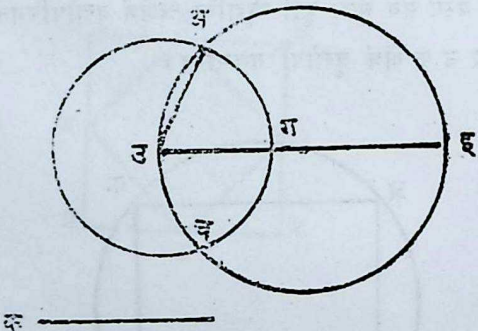
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

चतुर्थाध्याये

१. प्रथमा प्रतिज्ञा

सामा०—वृत्ते एका जीवा कर्तव्या या निर्दिष्ट—व्यासाल्परेखातुल्या भवेत् ।

विशे०—क निर्दिष्टरेखा व्यासाल्पा, तत्तुल्या एका जीवा अ इ उ वृत्ते कर्तव्यास्ति ।



इति—अ इ उ वृत्तस्य केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) केन्द्रगा परिविलग्ना इ उ रेखा कार्या । इयमेव व्यास रेखास्ति । इयं यदि क समाना तदा इ उ रेखा क तुल्या सिद्धा । यद्येवं न तदा क रेखातः इ उ रेखा महती भविष्यति । एवं स्थितौ इ उ रेखातः क तुल्यं प ग खण्डं कार्यम् (१।३) । उ केन्द्रं मत्वा उ ग त्रिज्यया अ ग च वृत्तं कृत्वा उ अ रेखा विधेया । तदा सा क तुल्या भवति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

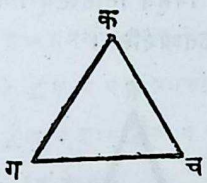
उपपत्तिः— उ बिन्दुः अ ग च वृत्तस्य केन्द्रमतः उ अ = उ ग । ∵ उ ग = क, ∴ उ ल = क ।

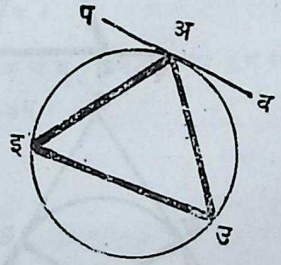
एवमत्र अ इ उ वृत्ते उ अ रेखा क रेखा समा समभवत् ।

२. द्वितीया प्रतिज्ञा

समा०—निर्दिष्टत्रिभुजकोणसममेकं त्रिभुजं वृत्तान्तर्गतं कर्त्तव्यमस्ति ।

विशे०—अ इ उ वृत्तान्तर्गतं क ग च निर्दिष्टत्रिभुजकोणतुल्यमेकं त्रिभुजं कर्त्तव्यम् ।





इतिक०—प अ ब स्पर्शरेखा वृत्तस्य अ बिन्दौ विधेया (३।१६) प अ, ब अ रेखयोः अ बिन्दौ क अ ग कोणतुल्यः प अ इ कोणस्तथा क ग च कोणतुल्यः ब अ उ कोणः कार्यः (१।२३) । इ उ रेखा कार्या ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

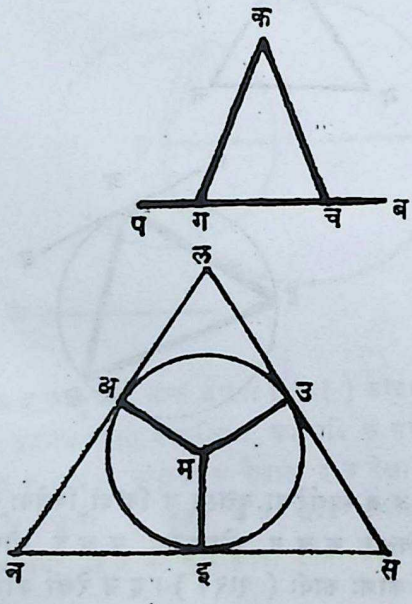
उपपत्तिः—यतः अ इ उ वृत्ते प अ व स्पर्शरेखा अ उ स्पर्शबिन्दुनिर्गता-रेखास्ति, अतोऽत्र एकान्तरचापवर्ती ∠ अ इ उ = ∠ ब अ उ (३।३) ∴ ∠ अ उ इ = ∠ क च ग। तथावशिष्टकोणः ∠ ग क च (१।३२)।

इत्थमत्र वृत्तान्तर्गतस्य अ इ उ त्रिभुजस्य त्रयोऽपि कोणाः क ग च त्रिभुज-कोणतुल्याः सम्पन्नाः।

३. तृतीया प्रतिज्ञा

सामा०—एकं त्रिभुजं वृत्तोपरिगं-कर्त्तव्यं यस्य कोणाः निर्दिष्टत्रिभुज-कोणतुल्याः भवेयुः।

विशे—अ इ उ वृत्तं, क ग च त्रिभुजं निर्दिष्टम्। अ इ उ वृत्तोपरि एकं त्रिभुजं क ग च त्रिभुजकोणतुल्यं कर्तव्यमस्ति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—निर्दिष्ट क ग च त्रिभुजस्य ग च भुजमुभयदिशि प, ब बिन्दुं यावत् वर्धनीयम्। अ इ उ वृत्तस्य म केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) म इ रेखा कार्या। म बिन्दौ क ग प कोणसमः इ म अ कोणस्तथा क च ब कोणसमः इ म उ कोणो विधेयः (१।२३)। अ, इ, उ बिन्दुषु क्रमेण ल अ न, न इ स, स उ ल, स्पर्शरेखाः कार्याः (३।१६)।

उपपत्तिः—अ इ उ वृत्तस्य अ, इ, उ बिन्दुभिः ल न, न स, स ल स्पर्शरेखास्तथा म अ, म इ, म उ केन्द्रगरेखा विधेयाः। अत्र अ, इ, उ स्पर्शबिन्दुगताः कोणाः समकोणाः (३।१७)। अ न इ म चतुर्भुजे यदि न म रेखा क्रियते, तदा ∠ म अ न + ∠ म इ न + ∠ अ न इ + ∠ अ म इ = समकोणचतुष्टयः। ∵ ∠ म अ न = ∠ म इ न = समकोणः, ∴ ∠ अवशिष्टयोगः ∠ अ न इ + ∠ अ म इ = समकोणद्वयम्।

∵ ∠ क ग च + ∠ क ग प = समकोणद्वयम् (१।१३)।

∴ ∠ अ न इ + ∠ अ म इ = ∠ क ग च + ∠ क ग प।

∵ ∠ अ म इ = ∠ क ग प।

∴ ∠ अ न इ = ∠ क ग च।

एवमेव ∠ ल स न = ∠ क च ग। तथावशिष्टः ∠ न ल स = ∠ ग क च (१।३२)। इति यथोक्तं सिद्धम्।

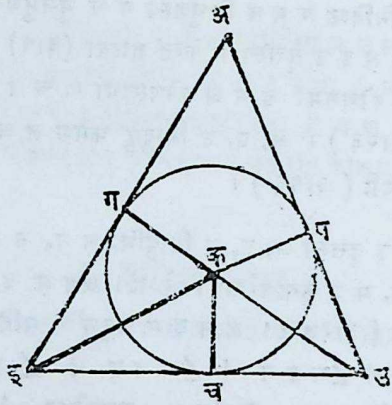
४. चतुर्थी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टत्रिभुजस्यान्तर्गतमेकं वृत्तं विधेयम्।

विशे०—अभीष्टं त्रिभुजं अ इ उ, एतदन्तर्गतमकं वृत्तं कार्यम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इतिक०—इ क, उ क रेखाभ्यां अ इ उ, अ उ इ कोणौ क्रमशः अर्धितौ कार्यौ (१।९)। रेखयोर्योगबिन्दुतः क अस्मात् अ इ, इ उ, उ अ रेखासु क्रमशः क ग, क म, क प लम्बाः विधेयाः (१।१२)।

अपपत्तिः—△ग इ क△च इ क मध्ये ∠ग इ क = ∠च इ क।

∠क ग इ = ∠क च इ, समकोणत्वेन, क इ भुजोभयनिष्ठः।

∴ क ग भुजः = क च भुजः (१।२६)।

एवमेव क च भुजः = क प भुजः।

∴ क ग = क च = क प

आसां कामपि रेखां त्रिज्यां प्रकल्प्य क केन्द्रतो यद् वृत्तं क्रियते तदितररेखाग्रगामी स्यात्। ग, च, प स्पर्शकोणानां समकोणत्वेन अ इ, इ उ, उ अ रेखा व्यासाग्रोपरिलम्बरूपाऽतो इमाः प्रत्येयं ग च प वृत्तस्य स्पर्शरेखाः सन्ति (३।१५)। अतः ग च प वृत्तं त्रिभुजान्तर्गतं सिद्धम्।

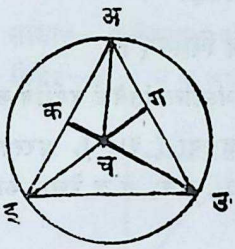
५. पञ्चमी प्रतिज्ञा

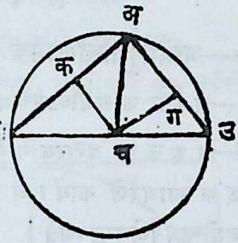
सामा०—अभीष्टत्रिभुजोपरि वृत्तं विधेयम्।

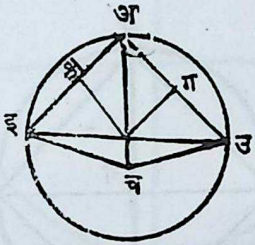
विशे०—अ इ उ अभीष्टत्रिभुजोपरि वृत्तं कर्तव्यमस्ति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF







इति क०—अ इ, अ उ रेखे क, ग बिन्दौ अर्धयित्वा (१।१०) ताभ्यां क च, ग च लम्बौ कार्यौ (१।११) यौ वर्धनेन च बिन्दौ मिलितः। च अ रेखा कार्या। च बिन्दुः—इ उ रेखायां यदि न भवेत्तदा इ च, उ च रेखे कार्ये।

उपपत्तिः—△अ क च△इ क च मध्ये अ क=इ क, ∠ अ क च=∠इ क च, क च भुजोभयनिष्ठः। तस्मात् अ च=इ च (१।४)। एवमेव-विधौ अ च=इ च, अतः उ च=इ च।

अथात्र अ च, इ च, उ च रेखासु कामपि रेखां त्रिज्यां मत्वा च केन्द्रतो यद् वृत्तं संपाद्यते तदन्यरेखाग्रगामी स्यात्। एवं अ इ उ वृत्तं त्रिभुजोपरिगं सिद्धम्।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

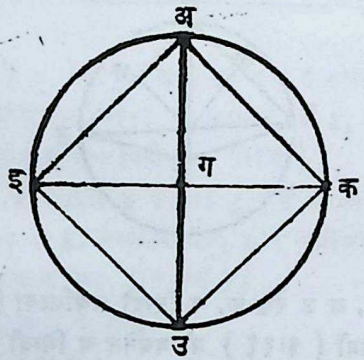
CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

६. षष्ठी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तान्तर्गतमेकं वर्गक्षेत्रं विधेयम् ।

विशे०—अ इ उ क अभीष्टवृत्तमस्ति, अस्यान्तर्गतमेकं वर्गक्षेत्रं कर्तव्यम् ।

इति०—अ इ उ क वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१), परस्परं लम्बरूपे अ उ, इ क व्यासरेखे कार्ये । अ इ, इ उ, उ क, क अ रेखाः कार्याः, एवं अ इ उ क अभीष्टवर्गक्षेत्रमुत्पद्यते ।



उपपत्तिः—△ग अ इ △ग अ क मध्ये इ ग = ग क, ∠ अ ग इ = ∠ अ ग क, ग अ भुजोभयनिष्ठः । अतः इ अ = अ क (१।४) । एवमेव प्रकारेण इ उ = इ अ, तथा उ क = क अ । तस्मात् अ इ उ क समभुजचतुर्भुजं जातम् । इ क व्यासरेखाऽतः इ अ क वृत्तार्धं यत्र ∠ इ अ क = समकोणः (३।३०) । एवमेव ∠ अ इ उ = ∠ इ उ क = ∠ उ क अ = समकोणकाः ।

तस्मात् अ इ उ क वर्गक्षेत्रं सिद्धम् (१ प. ३०) ।

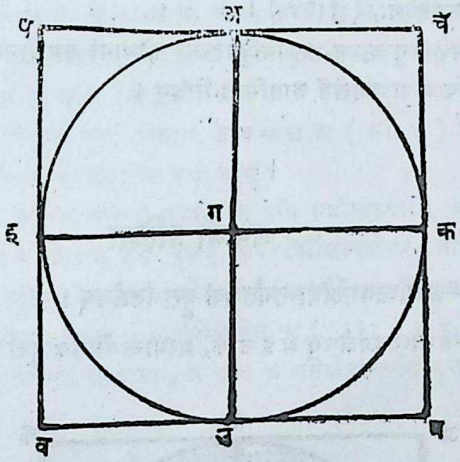
Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

७. सप्तमी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तोपरि एकं वर्गक्षेत्रं विधेयम्।

विशे०—अ इ उ क अभीष्टवृत्तम्, अस्योपरि एकं वर्गक्षेत्रं कर्तव्यम्।



इति क०—वृत्तस्य ग केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१), परस्परं लम्बरूपे अ इ, उ क व्यास रेखे कार्ये। अ, इ, उ, क बिन्दुषु च प, प ब, ब म, म च स्पर्शरेखाः कर्तव्याः (३।१६)। एवं प ब म च वर्गक्षेत्रं समुत्पद्यते।

उपपत्तिः—∵ ग अ केन्द्रगरेखा अ स्पर्शबिन्दौ लम्बभूतास्ति,

∴ ∠प अ ग = ∠च अ प (३।१७) = समकोणकौ।

एवमेव इ, उ, क बिन्दुगतकोणयोर्योगः समकोणद्वयः।

∵ ∠ अ ग इ = ∠ग इ प = समकोणः ∴ अ इ, प व रेखे समानान्तरे (१।२८), तथैव अ उ, च म रेखे समान्तरे। एवमेव प च, ब म प्रत्येकरेखयोः समानान्तरा इ क रेखा भवति। तस्मात् प म, पउ, अ म, च इ, इ म चतुर्भुजानि प्रत्येकं समानान्तराणि सिध्यन्ति। अतः प च =

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ब म = प ब = च म ।

∵ अ उ = इ क, तथा अ उ = प ब = च म, तथा इ क = प च = ब म

∴ प ब = च म = प च = ब म ।

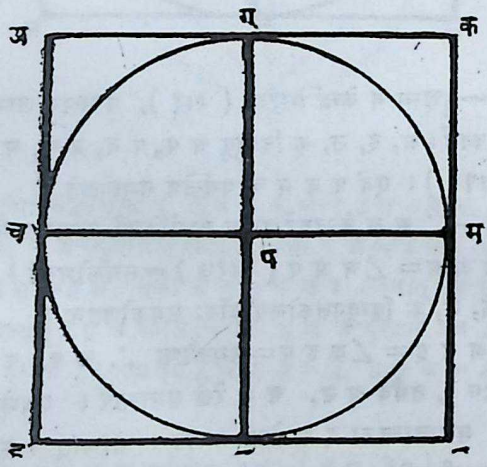
∴ □ च प ब म, समानान्तरं चतुर्भुजं निष्पन्नम् । ∠ अ ग इ = ∠ अ प इ = समकोणः, (१।३४) ।

एवमेव प्रकारेण ब, म, च बिन्दुगतानां कोणानां समकोणत्वमुपजायते । अतः च प ब म वर्गक्षेत्रं जातमिति सिद्धम् ।

८. अष्टमी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवर्गक्षेत्रान्तर्गतमेकं वृत्त विधेयम् ।

विशे०—अभीष्टवर्गक्षेत्रम् अ इ उ क, अस्यान्तर्गतमेकं वृत्तं कर्तव्यमस्ति ।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—अ उ, इ क भुजयोः च, ग बिन्दोरुपरि तुल्यं खण्डद्वयं कृत्वा (१।१०) य बिन्दुतः अ इ रेखायाः क उ रेखाया वा समानान्तरा ग ब रेखा कार्या (१।३१)। च बिन्दुतः अ क रेखायाः इ उ रेखाया वा समानान्तरा च म रेखा कार्या।

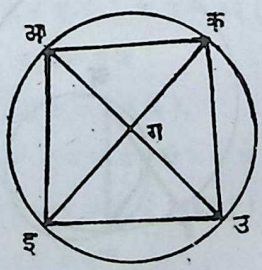
उपपत्तिः—अ म, म इ; अ ब, ब क; अ प, प उ; इ प, प क चतुर्भुजानि प्रत्येकं समानान्तराणि, तथा प्रत्येकभुजः स्वसम्मुखभुजेन तुल्योऽस्ति (१।३४)। अ इ, अ क रेखे तुल्ये तथा अ क रेखार्धम् अ ग रेखया, अ इ रेखार्धम् अ च रेखया तुल्यं तस्मात् अ ग=अ च (स्व. ७)। च प रेखा =अ ग, प ग=अ च अतः च प=अ ग।

एवमेव प ल=प म=प ग=प च इति सर्वास्तुल्याः। अस्यां कामपि त्रिज्यां प्रकल्प्य प केन्द्रात् कृतं वृत्तम् अपररेखाग्रस्पर्शकरं भविष्यति। ग, च, ब, म बिन्दुगतकोणानां समकोणतया (१।२९) तद् बिन्दुरूपव्यासप्रान्तेभ्यो विधीयमानानां लम्बानां स्पर्शरेखात्वेन च (३।१५) अ इ, इ उ, उ क, क अ रेखाः स्पर्शरेखाः जाताऽतः, अ इ उ क वर्गक्षेत्रान्तर्गतं वृत्तमुपपन्नम्।

९. नवमी प्रतिज्ञा

सामा०— अभीष्टवर्गक्षेत्रोपरि वृत्तं विधेयम्।

विशे०—अभीष्टवर्गक्षेत्रम् अ इ उ क, अस्योपरिवृत्तं कर्तव्यमस्ति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—अ उ, इ क रेखे कार्ये ययोः ग बिन्दौ संपातो भवेत् ।

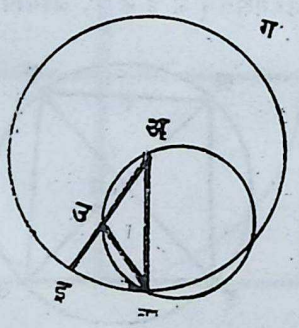
उपपत्तिः—△क अ उ △इ अ उ मध्ये अ क=अ इ, क उ=इ उ, अ उ भुजोभयनिष्ठ, अतः ∠क अ उ=∠इ अ उ (१।८)। एवमत्र अ उ रेखया क अ इ कोणोऽर्धी क्रियते। तथैव अ इ उ, उ क अ कोणौ इ क रेखया तथा इ उ क कोणः अ उ रेखया अर्धी क्रियते। ∠क अ इ=∠अ इ उ (१।प.३०), ग अ इ कोणः क अ इ कोणस्यार्धः तथा अ इ उ कोणस्याप्यर्धम्, अतः ∠ग अ इ=∠ग इ अ (स्व.७)। एतेन △ग इ अ मध्ये अ ग=इ ग (१।६)।

एवं ग क=ग उ=अ ग=ग इ। एतासु कामपि रेखां त्रिज्यां मत्वा ग केन्द्राद् यद् वृत्तं क्रियते तत् सर्वरेखाग्रगामी भवतीत्यतोऽभीष्टं वृत्तं सिद्धम्।

१०. दशमी प्रतिज्ञा

सामा०—एकं तादृशं समद्विबाहुकं त्रिभुजं कर्तव्यं, यस्य शीर्षकोणादाधारस्थग्न कोणौ द्विगुणौ भवेताम्।

विशे०—अ इ क त्रिभुजं तथा कार्यं यथा इ अ क कोणः अ इ क, एवं अ क इ कोणाद् द्विगुणो भवेत्।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—अ इ रेखां तथा कल्पयेत् यथा उ बिन्दौ खण्डिता सति अ इ × इ उ = अ उ^2 (२।११), इत्यस्ति। ततः अ केन्द्रात् अ इ त्रिज्यया इ ग क वृत्तं कार्यम्, अ उ रेखा समाना इ क जीवा विधेया (४।१), पुनः क अ रेखा कार्या, तदा अ इ क इष्टत्रिभुजं स्यात्। क उ रेखां विधाय अ क उ त्रिभुजोपरिगं अ उ क वृत्तं कार्यम् (४।५)।

∵ अ इ × इ उ = अ उ^2, तथा अ उ = इ क

∴ अ इ × इ उ = इ क^2 ।

अ उ क वृत्तबहिर्गत इ बिन्दुतः इ अ उ, इ क रेखे परिधियावत् विहिते, तयोः इ उ अ रेखा उ बिन्दौ परिधिं छिनत्ति, इ क रेखा क बिन्दौ परिधिना योगं करोति, तथा अ इ, इ उ घातः इ क वर्गसमोऽस्ति, तस्मात् इ क रेखा स्पर्शरेखा जाता (३।३६)।

इ क स्पर्शरेखा, क स्पर्शबिन्दुतः क उ रेखा च कृतास्ति, तस्मात् ∠इ क उ = ∠क अ उ (३।३१)। तत्र उ क अ कोणयोजनेन इ क अ संपूर्ण-कोणः उ क अ, क अ उ कोणयोर्योगेन अथवा अ क उ त्रिभुजस्य इ उ क वाह्यकोणेन समो भवति (१।३२)।

∵ अ क = अ इ ∴ ∠इ क अ = ∠उ इ क (१।५)। तथैव ∠उ इ क = ∠इ उ क,

एवम्, ∠इ क अ = ∠क इ अ = ∠इ उ क।

∵ ∠ इ उ क = ∠उ इ क ∴ क उ = क इ (१।६)।

∵ उ अ = क इ ∴ उ क = उ अ

∴ ∠उ अ क = ∠उ क अ (१।५),

इत्थमत्र ∠उ क अ + ∠क अ उ = २ × क अ उ।

∵ उ क अ + क अ उ = इ उ क (१।३२)।

∴ ∠इउ क = २ × क अ उ

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∵ ∠इ उ क = अ क इ + अ इ क

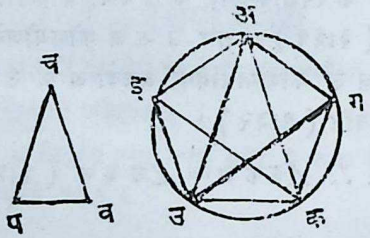
∴ ∠अ क इ ∠अ इ क = २ × क अ इ

इति, अभीष्टत्रिभुजं सिद्धम् ।

११. एकादशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तान्तर्गतमेकं पञ्चभुजं कर्तव्यं, यस्य सर्वे भुजाः कोणाश्च परस्परं समा भवेयुः ।

विशे०—अ इ उ क ग वृत्तमभीष्टं, यदन्तस्तुल्यभुजकोणकमेकं पञ्चभुजं कर्तव्यमस्ति ।



इति क०—च प व समद्विबाहुकं त्रिभुजं क्रियते, यस्य च कोणात् प, ब कोणौ द्विगुणौ स्याताम् (४।१०) । अ इ उ क ग वृत्ते अ उ क त्रिभुजं तथा क्रियते यथा ∠उ अ क = ∠च, ∠अ उ क = ∠प, ∠उ क अ = ∠ब इति भवेत् (४।२) । इत्थं शीर्षकोणादाधारगतकोणौ द्विगुणौ स्याताम् । अ उ क, अ क उ कोणौ उ ग, क इ रेखाभ्यामर्धितौ कार्यौ (१।९) । ततः अ इ, इ उ, क ग, ग अ रेखा विधेयास्तदा अ इ उ क ग अभीष्ट-पञ्चभुजं जायते ।

उपपत्तिः—उ अ क कोणात् अ उ क, अ क उ कोणौ द्विगुणौ तयोरनयोः

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

उ ग, क इ रेखाभ्यां समानं खण्डद्वयं जायते। तस्मात् ∠क अ उ = ∠अ उ ग = ∠ग उ क = ∠उ क इ = ∠इ क अ।

यतस्तुल्यकोणास्तुल्यचापगता भवन्ति, अतः अ उ = इ उ = उ क = क ग = ग अ (३।२५)। तुल्यचापजीवानां तुल्यत्वात् अ इ = इ उ = उ क = क ग = ग अ (३।२८)। तस्मात् अ इ उ क ग समपञ्चभुजं जातम्।

∵ अ इ = क ग, उभयपक्षे इ उ क चापस्य योजनेन,

अ इ उ क चापः = ग क उ इ चापः।

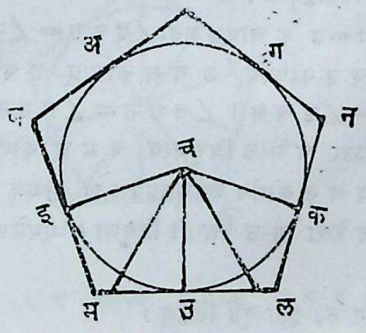
∴ ∠अ ग क = ∠इ अ ग (३।२६)

अनयैव रीत्या अ इ उ, इ उ क, उ क ग कोणाः इ अ ग, अ ग क कोणाभ्यां समानाः जाताः। एवमत्रास्य पञ्चभुजक्षेत्रस्य तुल्यकोणत्वमपि सिद्धम्।

१२. द्वादशी प्रतीज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तोपरि समभुजकोणकं पञ्चभुजमेकं कर्तव्यम्।

विशे०—अभीष्टवृत्तम् अ इ उ क ग, एतदुपरि समभुजं समानकोणकं पञ्चभुजमेकं कर्तव्यमस्ति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—वृत्तस्य मध्ये सममुजकोणकं पञ्चभुजं विधेयम् (४।११), एतत्कोणा वृत्तस्य अ, इ, उ, क, ग बिन्दुषु भवेयुः । एवम् अ इ, इ उ, उ क, क ग, ग अ चापाः परस्परं समानाः स्यानाम् । तद्बिन्दुभ्यः प ब, ब म, म ल, ल न, न प स्पर्शरेखाः कार्याः (३।१६), तदा प ब म ल न अभीष्ट-पञ्चभुजक्षेत्रं भवेत् ।

च केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) च इ, च म, च उ, च ल, च क रेखाः कार्याः ।

उपपत्तिः—च उ रेखा म ल स्पर्शरेखोपरि लम्बोऽस्ति, अतः उ बिन्दु-गतौ कोणौ समकोणकौ, (३।१७) । एवमेव इ बिन्दुगतौ क बिन्दुगतौ कोणावपि समकोणकौ भवेताम् । ∴ ∠च उ म = ∠च इ म = समकोणः ।

∴ च म^2 = च उ^2 + म उ^2 = च इ^2 + इ म^2 (१।४७)

∴ च उ^2 + म उ^2 = च इ^2 + इ म^2 ।

∴ च उ^2 = च इ^2, ∴ म उ^2 = इ म^2 ।

∴ म उ रेखा = इ म रेखा

△च म उ △च म इ मध्ये च उ = च इ, म उ = इ म, च म भुजोभय-रनिष्ठस्तेन, ∠उ च म = ∠इ च म (१.८) ।

एतत्कोणयोः साम्यात् उ म इ कोणः उ म च कोणात् उ च इ कोणः उ च म कोणाद् द्विगुणः । एवमेव उ च क कोणः उ च ल कोणात्, उ ल क कोणः उ ल च कोणाच्चद्विगुणः ।

यतः इ उ चापः = उ क चापः, अतः ∠इ च उ = ∠उ च क (३।२६) । म च उ कोणात् इ च उ कोणस्य, उ च ल कोणात् उ च क कोणस्य द्विगु-णत्वात् ∠म च उ = ∠उ च ल । ∠च उ म = ∠च उ ल, समकोणत्वात् । च उ भुजोभयनिष्ठोऽतः च म उ त्रिभुजस्य च म उ कोणः शेषभुजद्वयञ्च च ल उ त्रिभुजस्य च ल उ कोणेन शेषभुजद्वयेन च तुल्यम् (१।२६) । एवं म उ = उ ल, म ल रेखा म उ रेखातो द्विगुणा । एवमेव ब म रेखा इ म रेखातो द्विगुणा ।

म इ = म उ, इति पूर्वं सिद्धम् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

∴ म इ = २ × ब म, तथा म उ = २ × म ल

∴ ब म = म ल, इति सिध्यति ।

एवमेव प ब = प न = न ल = ब म = म ल ।

तस्मात् प ब म ल न समपञ्चभुजं निष्पन्नम् ।

∠च म उ = ∠च ल उ, इति साधितम् ।

∴ ∠ च म उ = २ × ∠ब म ल, तथा ∠च ल उ = २ × ∠म ल न

∴ ∠ब म ल = ∠म ल न (स्व. ६) ।

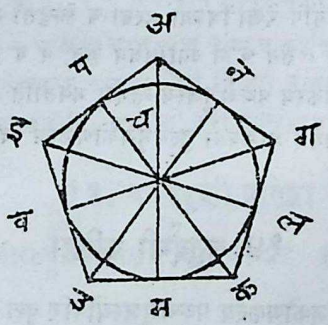
एवमेव ∠म ब प = ∠ब प न = प न ल = ब म ल = ∠म ल न ।

इत्थं सर्वे कोणाः परस्परं समानाः संपन्नाः तेनास्य क्षेत्रस्य तुल्यकोणत्वमपि सिद्धम् ।

१३. त्रयोदशी प्रतिज्ञा

सामा०—तुल्यभुजकोणकपञ्चभुजस्यान्तर्गतमेकं वृत्तं कर्तव्यम् ।

विशे०—अ इ उ क ग एकं तुल्य भुजकोणकं पञ्चभुजस्यान्तर्गतमेकं वृत्तं कर्तव्यमस्ति ।



इति क०—उ च, क च रेखाभ्यां इ उ क, उ क ग कोणयोः तुल्यं

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

खण्डद्वयं कार्यम् । रेखयोः संपाते च बिन्दुः मन्यते । तद्बिन्दुतः च इ, च अ, च ग रेखा विधेयाः ।

उपपत्तिः—△इ उ च △क उ च मध्ये इ उ=उ क, उ च भुजोभयनिष्ठः, ∠इ उ च=∠क उ च।

∴ इ च=च क (१।४)।

∠उ इ च=∠उ क च, ∠उ क ग=२∠उ क च ∠उ क ग=∠उ इ अ तथा ∠उ क च=उ इ च, तथा ∠उ इ अ=२×∠उ इ च। अतः उ इ अ कोणस्य इ च रेखया समानं खण्डद्वयं जातम्। एवमेव इ अ ग, अ ग क कोणयोः अ च, ग च रेखाभ्या समान खण्डद्वयं भवति।

च बिन्दुतः च प, च ब, च म, च ल, च न रेखाः क्रमशः अ इ, इ उ, उ क, क ग, ग च रेखासु लम्बत्वेन स्थाप्यन्ते। तदा △च ब उ△च म उ त्रिभुजयोर्मध्ये—∠ ब उ च=∠म उ च, तथा ∠च ब उ=∠च म उ, च उ भुजोभयनिष्ठस्तदा, च ब=च म (१।२६)।

एवमेव च ल, च न, च प, रेखाः प्रत्येकं च ब रेखया च म रेखया वा समाः भवन्ति। अतोऽत्र च प=च ब=च म=च ल=च न इति सिध्यति।

आसु रेखासु कामपि रेखां त्रिज्या मत्वा च केन्द्रतो यद् वृत्तं क्रियते, तत् रेखाग्रबिन्दुन् स्पृशति। तेन च म व्यासार्धेन कृतं प ब म ल न वृत्तम् अ इ उ क ग तुल्यभुजकोणकस्य पञ्चभुजस्यान्तर्गतं भवतीति सिद्धम्।

अनुमानम्—अनयैव प्रक्रियया तुल्यभुजकोणकस्य बहुभुजस्यान्तर्गतं वृत्तं कर्तुं शक्यते।

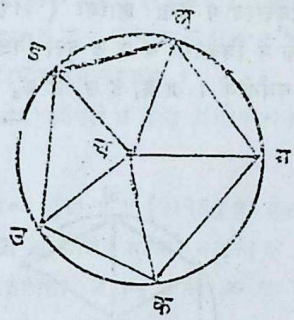
१४. चतुर्दशी प्रतिज्ञा

सामा०—समभुजकोणकस्य पञ्चभुजस्योपरि वृत्तं विधेयम्।

विशे०—समभुजकोणकं पञ्चभुजम् अ इ उ क ग इति विद्यते, अस्योपरि एकं वृत्तं विधातव्यमस्ति।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF



इति क०—इ उ क, उ क ग कोणयोः उ च, क च रेखाभ्यां समानं खण्डद्वयं कृत्वा (१।९) योगबिन्दौ च चिह्नं परिकल्प्य, च इ, च अ, च ग रेखाः कर्तव्याः ।

उपपत्तिः—उ इ अ, इ अ ग, अ ग क कोणानां च इ, च अ, च ग रेखाभिः समानं खण्डद्वयं भवति (४।१३), इ उ क, उ क ग कोणौ समौ, च उ क कोणः इ उ क कोणस्यार्धम् एवं च उ क, उ क च कोणौ समौ जातौ, तदाश्रितौ, च उ, च क भुजावपि तुल्यौ भवतः (१।६)।

एवमेव च इ = च अ = च ग = च उ = च क, इति सिध्यति । सर्वाणां रेखाणां परस्परं तुल्यत्वात् कामपि रेखां त्रिज्या मत्वा यद् वृत्तं क्रियते तत् सर्वरेखाग्रप्रान्तषु गच्छतीति, अभीष्टं वृत्तं निष्पन्नम् ।

१५. पञ्चदशी प्रतिज्ञा

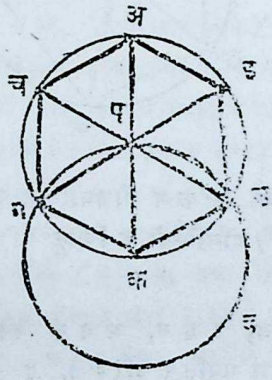
सामा०—अभीष्टवृत्तान्तर्गतं तुल्यकोणकं समषड्भुजमेकं क्षेत्रम् विधेयम् ।

विशे०—अ इ उ क ग च अभीष्टं वृत्तम्, अस्यान्तर्गतमेकं समषड्भुज-क्षेत्रं कर्तव्यमस्ति ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—इष्टवृत्तस्य प केन्द्रं ज्ञात्वा (३।१) अ प क व्यासरेखा कार्या। प केन्द्रतः क प त्रिज्यया ग प उ वृत्तं विधेयम्। ग प, उ प रेखे इ, च बिन्दु यावद् वर्धनीये। अ इ, इ उ, उ क, कन, ग च, च अ रेखाः क्रियन्ते।



उपपत्तिः—यतः अ इ उ, क ग च वृत्तस्य प केन्द्रमतः प ग = प क। ग प उ व वृत्तस्य क केन्द्रं तस्मात् क ग = प क। एवं प ग = क ग। एवं स्थिते ग प क त्रिभुजे भुजत्रयस्य साम्यात् कोणत्रयेऽपि साम्यम् (१।सा. ५)

यतः त्रिभुजे भुजत्रयाणां योगः समकोणद्वयतुल्यो भवत्यतः (१।३२) ग प क कोणः समकोणद्वयस्य तृतीयांशः। एवमेव क प उ कोणोऽपि समकोणद्वयस्य तृतीयांशः। ∠ग प उ + ∠ उ प इ = समकोणद्वयः (१।१३)। तस्मात् उ प इ कोणोऽपि समकोणद्वयस्य तृतीय भागः। तथा सति ∠ग प क = ∠क प उ = ∠उ प इ। एते सम्मुखगतकोणैःसमाः सन्ति, अतः ∠ग प क = ∠क प उ = ∠उ प इ = ∠इ प इ = ∠इ प अ = ∠अ प च = ∠च प ग इति सिध्यति।

तुल्यकोणानां तुल्यचापोपरिवर्तित्वात् अ इ = इ उ = उक = क ग = ग

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

च = च अ, ६मो चापाः तुल्याः सन्ति (३।२५) तथा तुल्यचापानां तुल्य-जीवा भवन्ति अतः अ इ = इ उ = उ क = क ग = ग च = च अ (३।२८)। एतेन अस्य क्षेत्रस्य समषड्भुजत्वमुपपन्नम्।

∵ अ च = ग क, अत्रोभयपक्षे अ इ उ क योज्यते तदा, च अ इ उ क = ग क अ इ उ।

एतदुपरि ∠च ग क = ∠अ च ग (३।२६) एवमेवात्रावशिष्टाः कोणाः घ च ग कोणेनाथवा च ग क कोणेन तुल्याः भवन्ति।

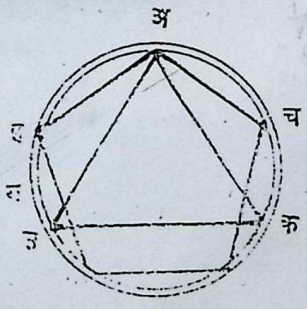
एवमत्र अभीष्टवृत्तान्तर्गता अ इ उ क ग च क्षेत्रस्य कोणा अपि समानाः सिद्धाः।

अनुमानम्—वृत्तस्य षष्ठांशस्य पूर्णज्या व्यासार्धतुल्या भवति।

१६. षोडशी प्रतिज्ञा

सामा०—अभीष्टवृत्तान्तर्गतमेकं समभुजकोणकं पञ्चदशभुजक्षेत्रं विधेयम्।

विशे०—अभीष्टं वृत्तम् अ इ उ क, एतदन्तर्गतमेकं समपञ्चदशभुज-क्षेत्रं कर्तव्यमस्ति।



Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

इति क०—कल्प्यते वृत्तान्तर्गतत्रिभुजे एकं अ इ भुजमस्ति (४। २)। तथा तुल्यभुजकोणकस्य पञ्चभुजस्यैकः अ इ भुजोऽस्ति (४।११)।

उपपत्तिः—सम्पूर्णपरिधेः अ उ चापस्तृतीयांशः, यदि समग्रपरिधेः पञ्चदशतुल्यविभागाः क्रियन्ते तदा अ उ चापे तुल्यपञ्चभागाः भवन्ति। तथा परिधिपञ्चमांशरूपे अ इ चापे तादृशास्त्रयो भागाः भवन्ति। एवं अ इ, अ इ चापान्तरात्मके इ उ चापे तादृशौ द्वौ भागौ स्याताम्। इ उ चापस्य तुल्यं खण्डद्वयं विधेयम् (३।२९), तदा इ म, ग उ चापौ प्रत्येकं परिधिपञ्चदशांशः। यदत्र इ ग, ग उ रेखे कृत्वा तयोरन्यतमरेखातुल्या रेखा पूर्णज्यावत् संपूर्णपरिधौ क्रियते तदा वृत्तान्तर्गतममीष्ट क्षेत्रं सिद्धमिति शम।

सम्पूर्णोऽत्र रेखागणितस्य चतुर्थोऽध्यायः, इति शम्।

Acc. 30868/30477

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

ग्रन्थकर्तुः परिचयः

वागीश्वरीं स्वजननीं तातं श्री शिवपूजनम् ।
एतौ प्रणम्य नागेन्द्रः रेखाविज्ञानमातनोत् ॥ १ ॥

रेखागणितविज्ञानमुपपत्तिविलासितम् ।
वाराणस्यां विरचितं विश्वनाथानुकम्पया ॥ २ ॥

शशिवेदाभ्रयुग्मेऽब्दे दशम्यामाश्विने सिते ।
ग्रन्थोऽयं पूर्णतां यातः विदुषां तोषकारकः ॥ ३ ॥

पञ्चास्वराख्यग्रन्थस्य व्याख्या पूर्वं कृता मया ।
द्वितीयो मौलिको ग्रन्थः, रेखागणितसंज्ञकः ॥ ४ ॥

विदुषां सद्विचारार्थं छात्राणां ज्ञानहेतवे ।
ज्योतिर्गणितशास्त्रस्य विकासाय भवेदयम् ॥ ५ ॥

इति शिवम्भूयात् ।

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu

CC-0. In Public Domain. Digitization by eGangotri.Funding: MIDF

Nepal Sanskrit University, Balmeeki Campus, Kathmandu